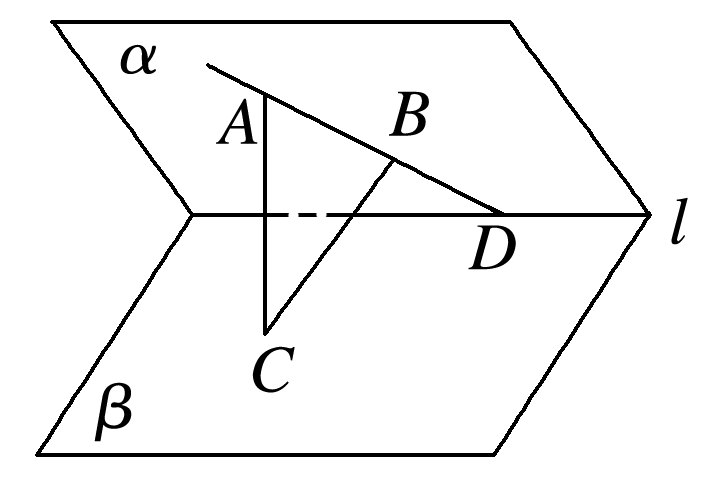
**泉州七中2020级高一下学期数学限时训练（7） 2021.05.07**

**班级 姓名 座号**

**一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.已知直线平面，直线平面，则（ ）

A. B.与异面 C.与相交 D.与无公共点

2.如图所示，平面*α*∩平面*β*＝*l*，*A*∈*α*，*B*∈*α*，*AB*∩*l*＝*D*，*C*∈*β*，*C*∉*l*，

则平面*ABC*与平面*β*的交线是(　　)

A．直线*AC* B．直线*AB* C．直线*CD* D．直线*BC*

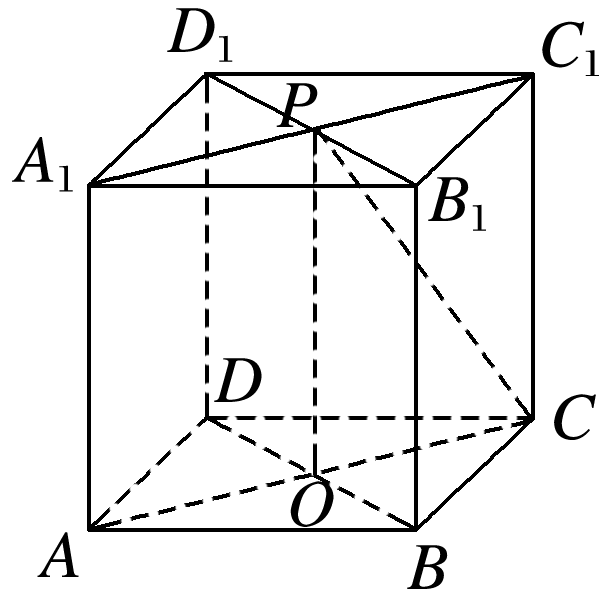
3．在一个圆柱内挖去一个圆锥，圆锥的底面与圆柱的上底面重合，顶点是圆柱下底面中心．若圆柱的轴截面是边长为2的正方形，则圆锥的侧面展开图面积为（ A ）

A． B． C．3π D．4π

4.设*m*，*n*是空间中两条不同的直线，*α*，*β*是两个不同的平面，则下列说法正确的是(　　)

A.若*m*∥*n*，*n*⊂*α*，则*m*∥*α* B.若*m*⊂*α*，*n*⊂*β*，*α*∥*β*，则*m*∥*n*

C.若*α*∥*β*，*m*⊥*α*，则*m*⊥*β* D.若*m*⊂*α*，*n*⊂*β*，*m*∥*β*，*n*∥*α*，则*α*∥*β*

5．已知正方体*ABCD*－*A*1*B*1*C*1*D*1的体积为16，点*P*在正方形*A*1*B*1*C*1*D*1上且*A*1，*C*到*P*的距离分别为2，2，则直线*CP*与平面*BDD*1*B*1所成角的正切值为(　　)

A. B. C. D.

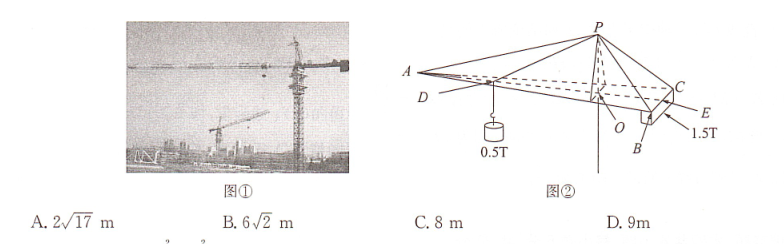
6.如图，为平行四边形所在平面外一点，为的中点，

为上一点，当面时，（ ）

A． B． C． D．

7.图①是建筑工地上的塔吊，图②是根据图①绘制的塔吊简易直观图，点，，在同一水平面内.塔身平面，直线与的交点是的中点，起重小车挂在线段上的点，,.若，，的面积为，根据图中标注的数据，忽略自重对塔吊平衡的影响，在塔吊保持平衡的条件下可得点，之间的距离为（）

A. B. C. D.

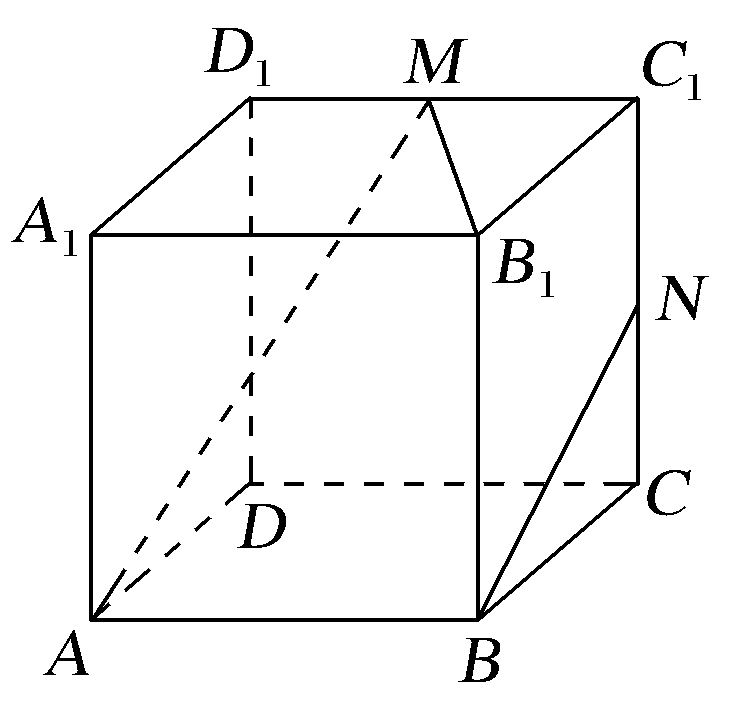


8.四棱锥中， 平面，底面是边长为2的正方形，， 为的中点，则异面直学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！线与所成角的余弦值为（ ）

A.  B.  C.  D. 

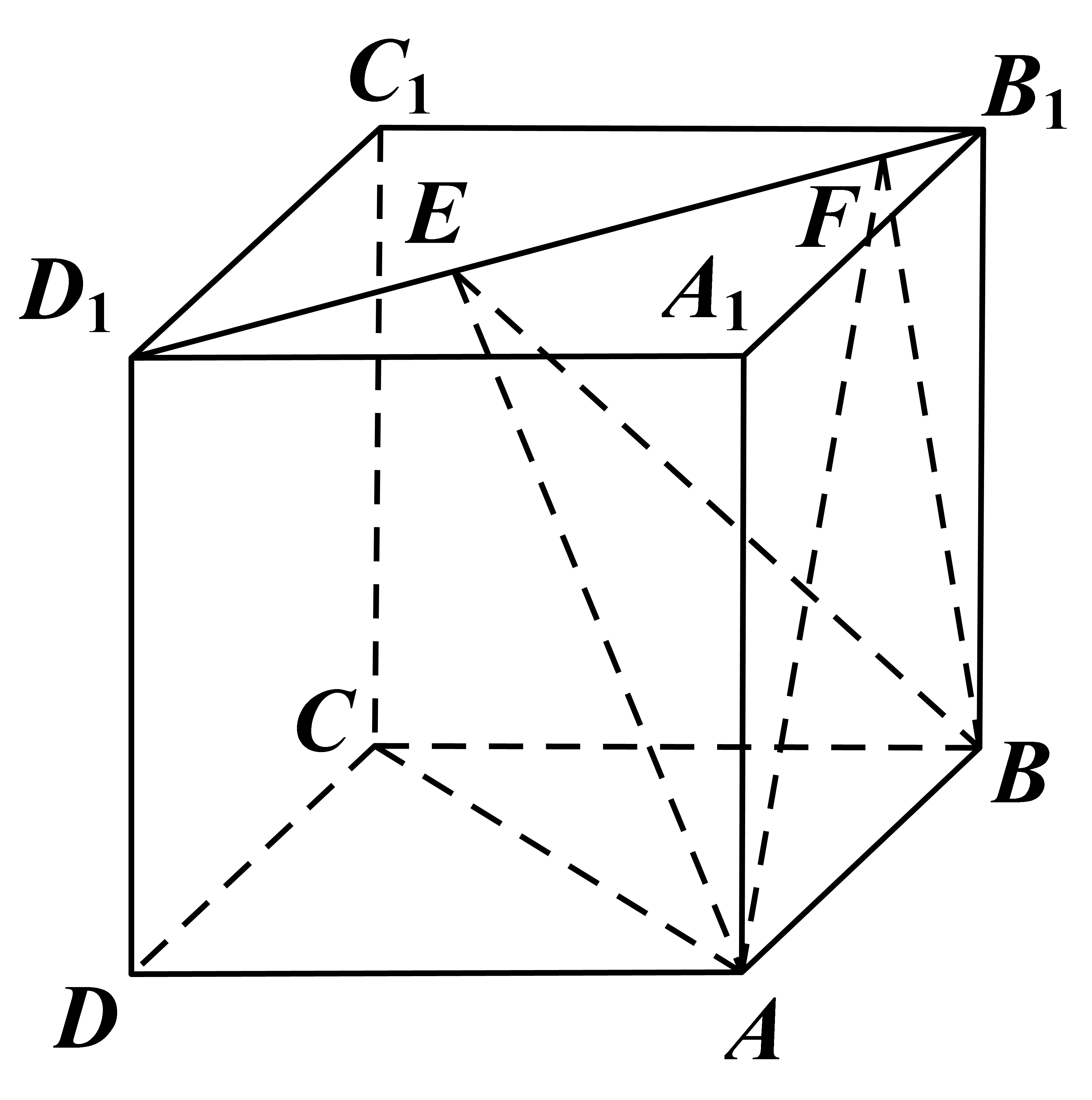
**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得2分.**

9如图，在正方体*ABCD*－*A*1*B*1*C*1*D*1中，*M*，*N*分别为棱*C*1*D*1，*C*1*C*的中点，则下列说法正确的有(　　)

A.直线*AM*与*CC*1是相交直线

B.直线*AM*与*BN*是平行直线

C.直线*BN*与*MB*1是异面直线

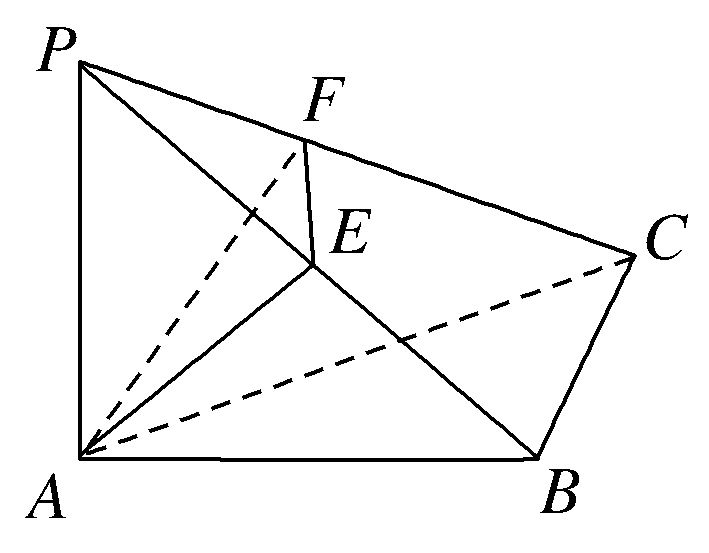
D.直线*AM*与*DD*1是异面直线

10.如图，正方体的棱长为，线段上有两个动点，

且，则下列结论中正确的是（ ）

A． B．平面

C．的面积与的面积相等 D．三棱锥的体积为定值

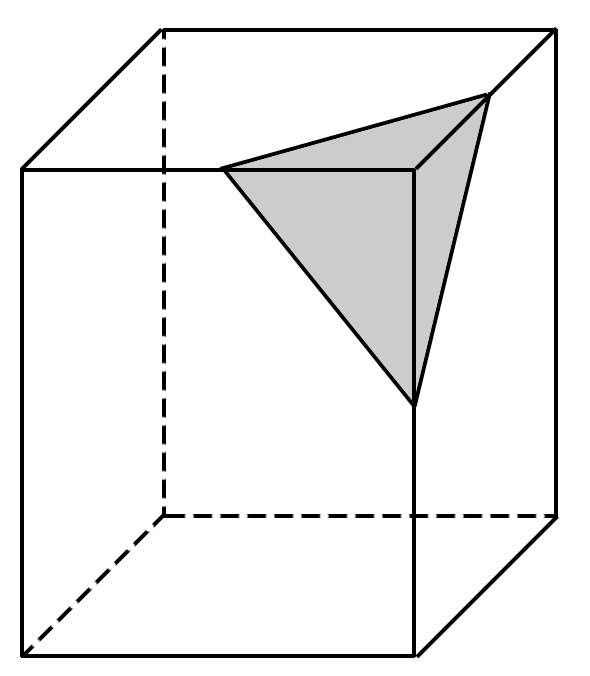
11．如图，在三棱锥*P*－*ABC*中，已知*PA*⊥底面*ABC*，*AB*⊥*BC*，*E*，*F*分别是线段*PB*，*PC*上的动点，则下列说法正确的是(　　)

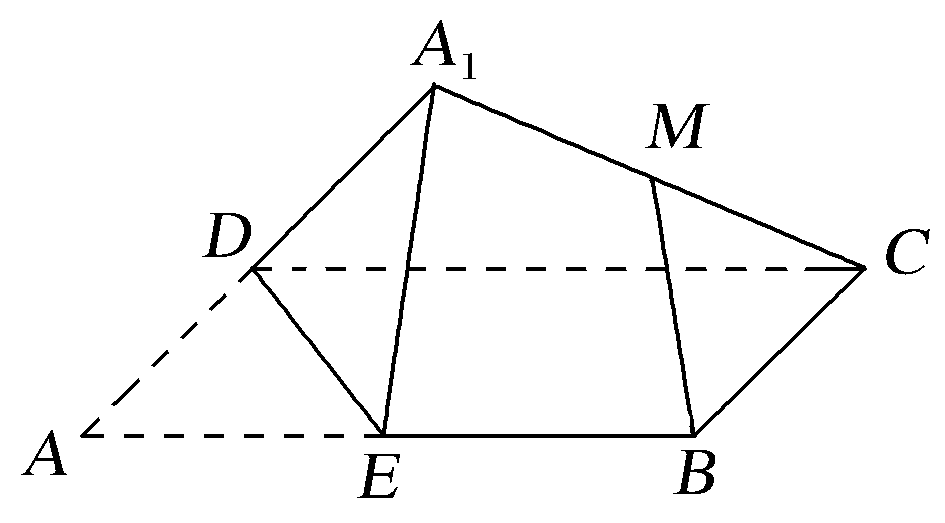
A．当*AE*⊥*PB*时，△*AEF*一定是直角三角形

B．当*AF*⊥*PC*时，△*AEF*一定是直角三角形

C．当*EF*∥平面*ABC*时，△*AEF*一定是直角三角形

D．当*PC*⊥平面*AEF*时，△*AEF*一定是直角三角形

12如图，矩形*ABCD*中，*AB*＝2*AD*，*E*为边*AB*的中点，将△*ADE*沿直线*DE*翻折成△*A*1*DE*.若*M*为线段*A*1*C*的中点，则在△*ADE*翻折的过程中，下列命题正确的是(　　)

A.*BM*是定值 B.点*M*在某个球面上运动

C.存在某个位置，使*DE*⊥*A*1*C*

D.存在某个位置，使*MB*∥平面*A*1*DE*

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

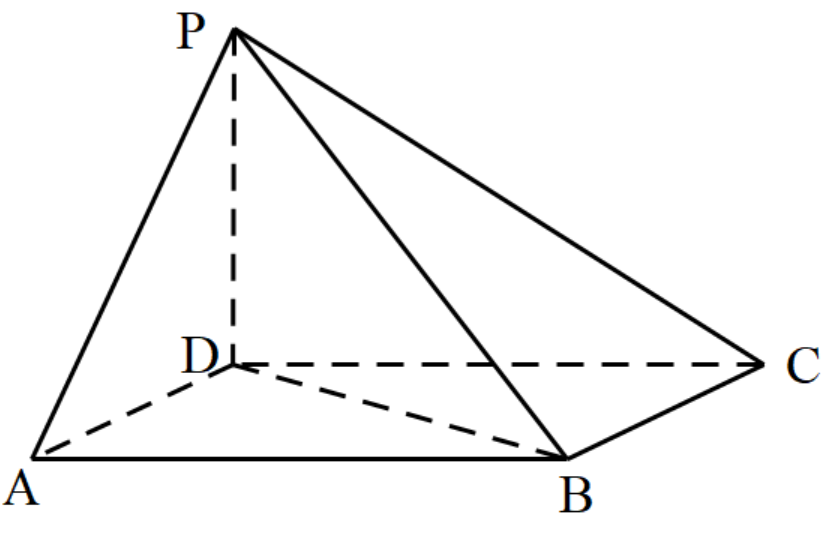
13.如图，将一个长方体用过相邻三条棱的中点的平面截出一个棱锥，则该棱锥的体积与剩下的几何体体积的比为\_\_\_\_\_\_\_\_．

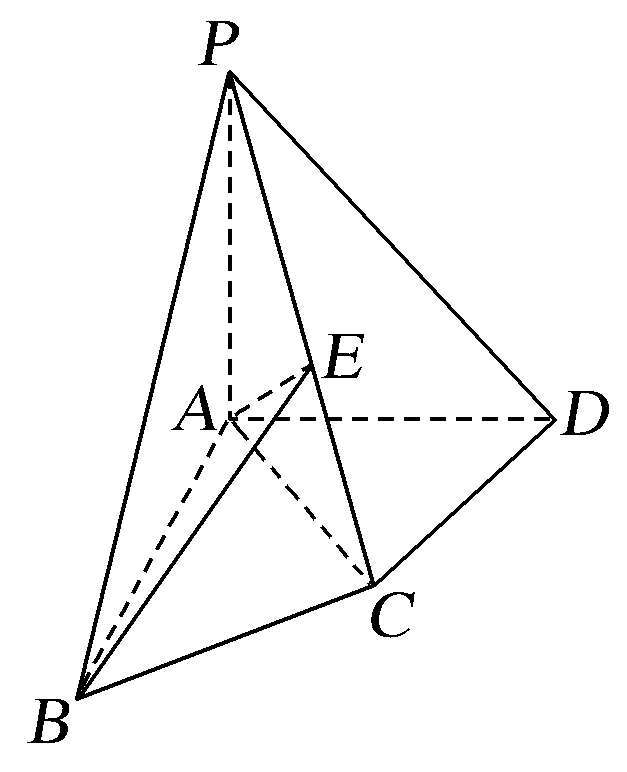
14.在四面体*ABCD*中，*E*，*F*分别是*AB*，*CD*的中点.若*BD*，*AC*所成的角为60°，且*BD*＝*AC*＝1，则*EF*的长为\_\_\_\_\_\_\_\_.

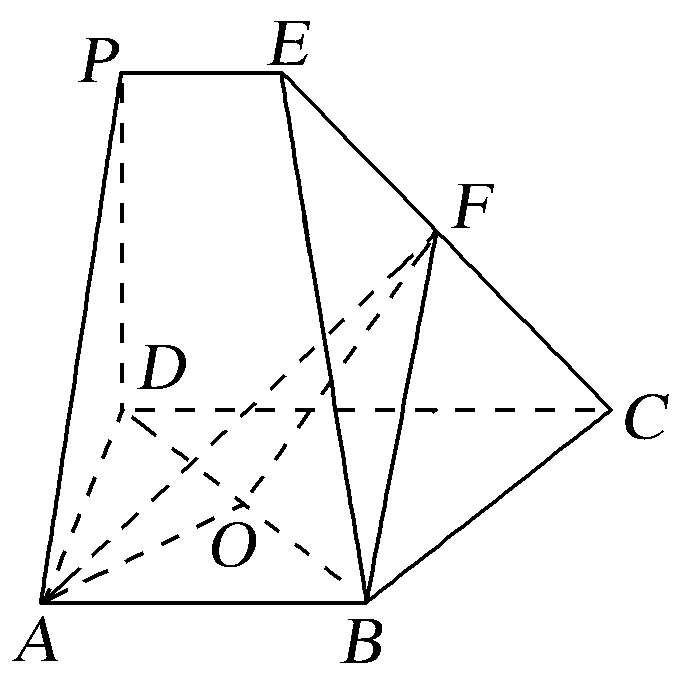
15.(多填题)已知异面直线*a*与*b*所成的角*θ*＝70°，*P*为空间一点，则过*P*点与*a*和*b*所成角*θ*＝45°的直线有\_\_\_\_\_\_\_\_条；过*P*点与*a*和*b*所成角*θ*＝70°的直线有\_\_\_\_\_\_\_\_条.

16.已知三棱锥的每个顶点都在球的表面上，，，，顶点在平面上的投影为的中点，且，则球的表面积为\_\_\_\_\_\_\_

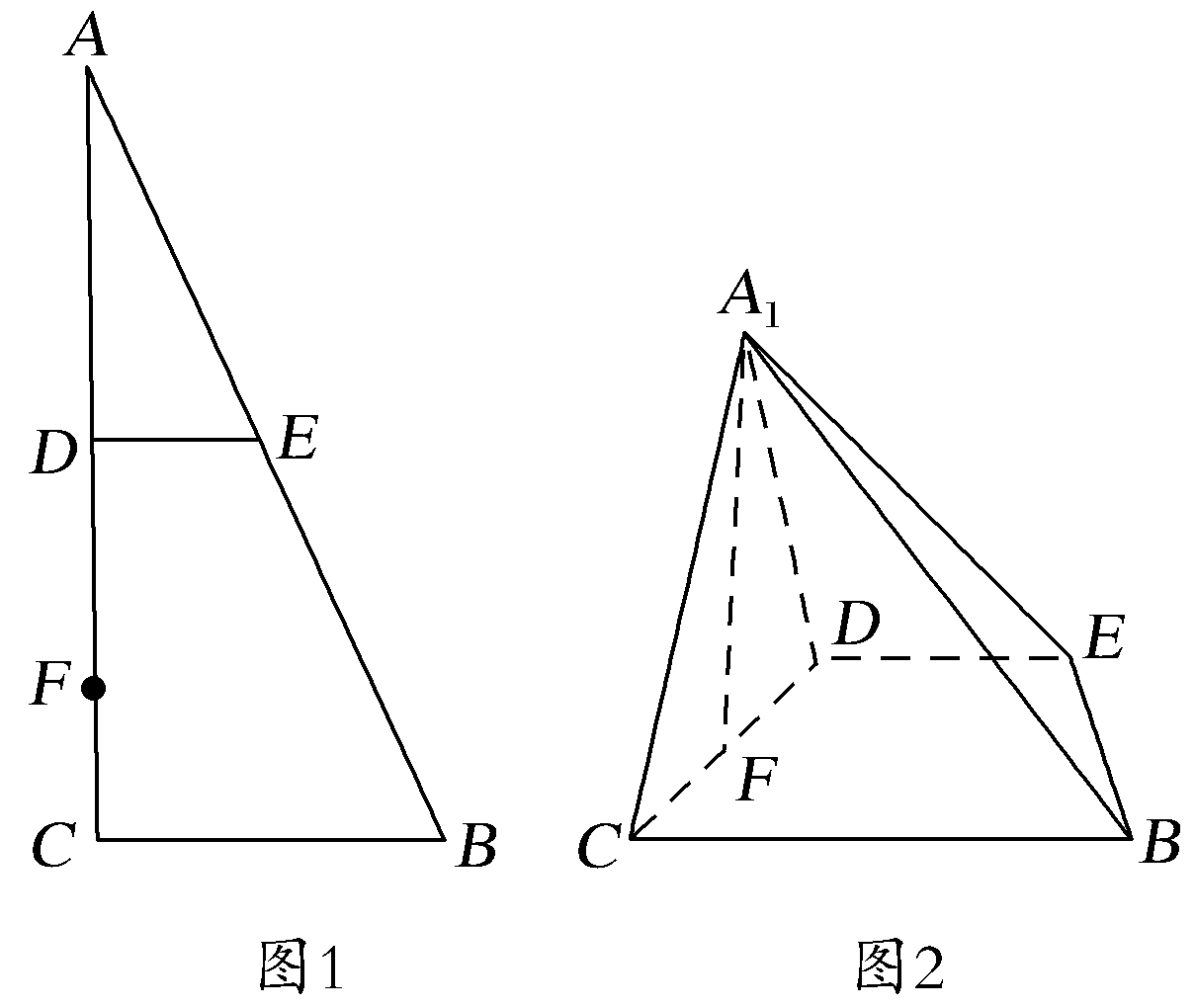
17．如图，在四棱锥中，底面为平行四边形，，，且底面.（Ⅰ）证明：平面；（Ⅱ）求*A*到平面*PBC*的距离.



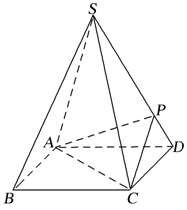
18.如图，在四棱锥*P*－*ABCD*中，*PA*⊥底面*ABCD*，*AB*⊥*AD*，*AC*⊥*CD*，∠*ABC*＝60°，*PA*＝*AB*＝*BC*，*E*是*PC*的中点.证明：(1)*CD*⊥*AE*；(2)*PD*⊥平面*ABE*.

19.如图，在多面体*ABCDPE*中，四边形*ABCD*和*CDPE*都是直角梯形，*AB*∥*DC*，*PE*∥*DC*，*AD*⊥*DC*，*PD*⊥平面*ABCD*，*AB*＝*PD*＝*DA*＝2*PE*，*CD*＝3*PE*，*F*是*CE*的中点.(1)求证：*BF*∥平面*ADP*；(2)已知*O*是*BD*的中点，求证：*BD*⊥平面*AOF*.

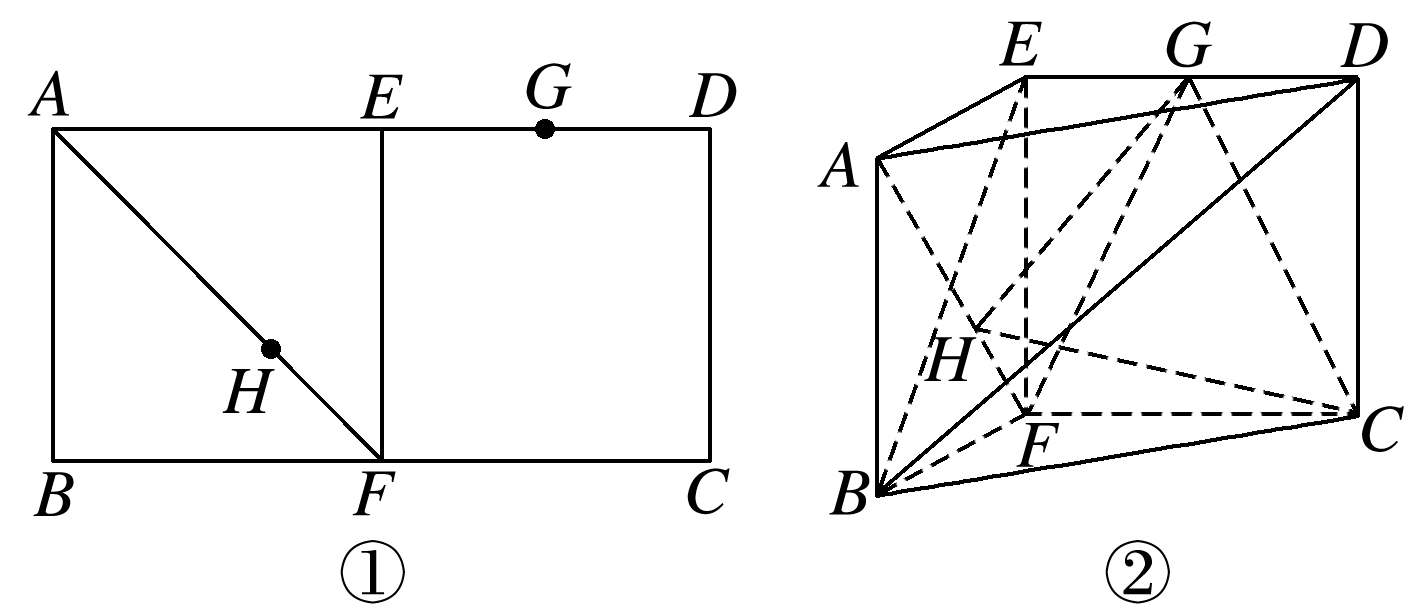
20如图1所示，在Rt△*ABC*中，∠*C*＝90°，*D*，*E*分别为*AC*，*AB*的中点，点*F*为线段*CD*上的一点，将△*ADE*沿*DE*折起到△*A*1*DE*的位置，使*A*1*F*⊥*CD*，如图2所示.

(1)求证：*A*1*F*⊥*BE*；(2)线段*A*1*B*上是否存在点*Q*，使*A*1*C*⊥平面*DEQ*？说明理由.

21如图，四棱锥*S*－*ABCD*的底面是正方形，每条侧棱的长都是底面边长的倍，*P*为侧棱*SD*上的点.

(1)求证：*AC*⊥*SD*；(2)若*SD*⊥平面*PAC*，则侧棱*SC*上是否存在一点*E*，使得*BE*∥平面*PAC*？若存在，求*SE*∶*EC*；若不存在，试说明理由.

22．如图①，在长方形*ABCD*中，*AB*＝*BC*＝，*E*，*F*分别为*AD*，*BC*的中点，*G*为*ED*的中点，点*H*在线段*AF*上，且满足*AH*＝*λAF*.将正方形*ABFE*沿*EF*折起，使得直线*EF*与平面*ABCD*间的距离为1，得到如图②所示的三棱柱*AED*－*BFC*.(1)求证：*AF*⊥平面*BED*；(2)若三棱锥*G*－*HFC*的体积为，求*λ*的值．



**泉州七中2020级高一下学期数学限时训练（7） 2021.05.07**

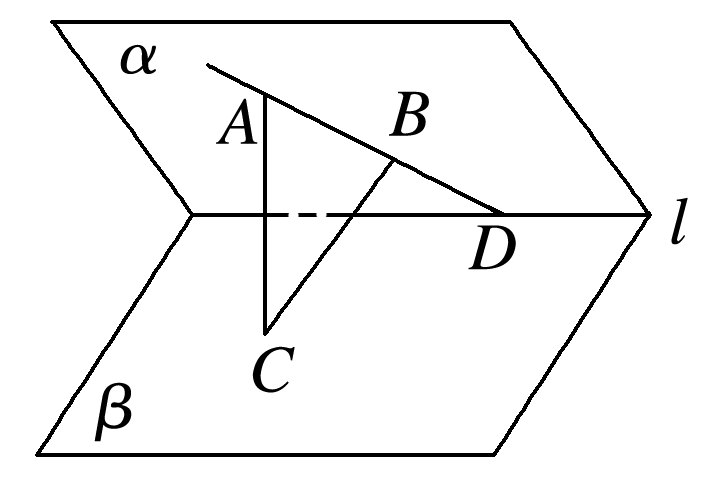
**一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.已知直线平面，直线平面，则（ ）

A、 B、与异面 C、与相交 D、与无公共点

【答案】D

2.如图所示，平面*α*∩平面*β*＝*l*，*A*∈*α*，*B*∈*α*，*AB*∩*l*＝*D*，*C*∈*β*，*C*∉*l*，则平面*ABC*与平面*β*的交线是(　　)



A．直线*AC* B．直线*AB* C．直线*CD* D．直线*BC*

答案　C解析　由题意知，*D*∈*l*，*l*⊂*β*，∴*D*∈*β*.又*D*∈*AB*，∴*D*∈平面*ABC*，

∴点*D*在平面*ABC*与平面*β*的交线上．又*C*∈平面*ABC*，*C*∈*β*，

∴点*C*在平面*β*与平面*ABC*的交线上，∴平面*ABC*∩平面*β*＝直线*CD*.

3．在一个圆柱内挖去一个圆锥，圆锥的底面与圆柱的上底面重合，顶点是圆柱下底面中心．若圆柱的轴截面是边长为2的正方形，则圆锥的侧面展开图面积为（ A ）

A． B． C．3π D．4π

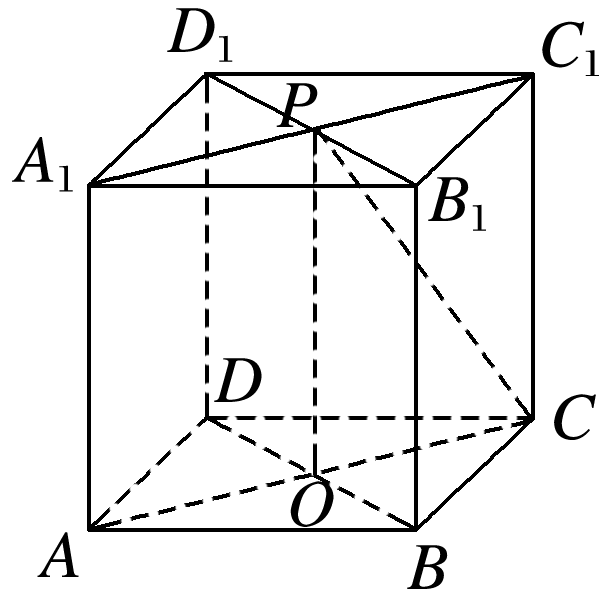
4.(2020·江西红色七校联考)设*m*，*n*是空间中两条不同的直线，*α*，*β*是两个不同的平面，则下列说法正确的是(　　)

A.若*m*∥*n*，*n*⊂*α*，则*m*∥*α*

B.若*m*⊂*α*，*n*⊂*β*，*α*∥*β*，则*m*∥*n*

C.若*α*∥*β*，*m*⊥*α*，则*m*⊥*β*

D.若*m*⊂*α*，*n*⊂*β*，*m*∥*β*，*n*∥*α*，则*α*∥*β*

5．已知正方体*ABCD*－*A*1*B*1*C*1*D*1的体积为16，点*P*在正方形*A*1*B*1*C*1*D*1上且*A*1，*C*到*P*的距离分别为2，2，则直线*CP*与平面*BDD*1*B*1所成角的正切值为(　　)

A. B. C. D.

答案　A

解析　易知*AB*＝2，连接*C*1*P*，在Rt△*CC*1*P*中，可计算*C*1*P*＝＝2，又*A*1*P*＝2，*A*1*C*1＝4，所以*P*是*A*1*C*1的中点，连接*AC*与*BD*交于点*O*，易证*AC*⊥平面*BDD*1*B*1，直线*CP*在平面*BDD*1*B*1内的射影是*OP*，所以∠*CPO*就是直线*CP*与平面*BDD*1*B*1所成的角，在Rt△*CPO*中，tan∠*CPO*＝＝.

6.如图，为平行四边形所在平面外一点，为的中点，为上一点，

当面时，（ ）

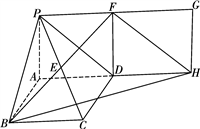
A． B． C． D．

【答案】D

7.四棱锥中， 平面，底面是边长为2的正方形，， 为的中点，则异面直学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！线与所成角的余弦值为（ ）

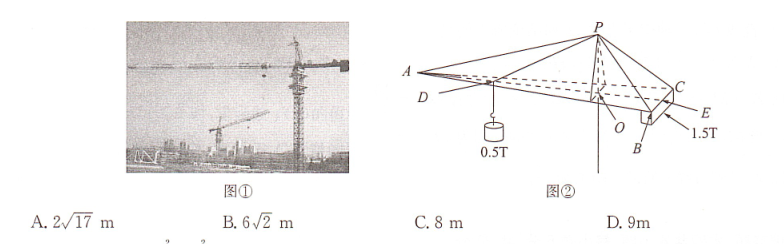
A.  B.  C.  D. 

7.解析】如图所示，延长AD到H，使，过P作，F为PG的中点，连接BF，FH， BH，则为异面直线与所成的角或者补角，在中，由学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！余弦定理得，故选C．



8.图①是建筑工地上的塔吊，图②是根据图①绘制的塔吊简易直观图，点，，在同一水平面内.塔身平面，直线与的交点是的中点，起重小车挂在线段上的点，,.若，，的面积为，根据图中标注的数据，忽略自重对塔吊平衡的影响，在塔吊保持平衡的条件下可得点，之间的距离为（）

A. B. C. D.



8.【答案】A

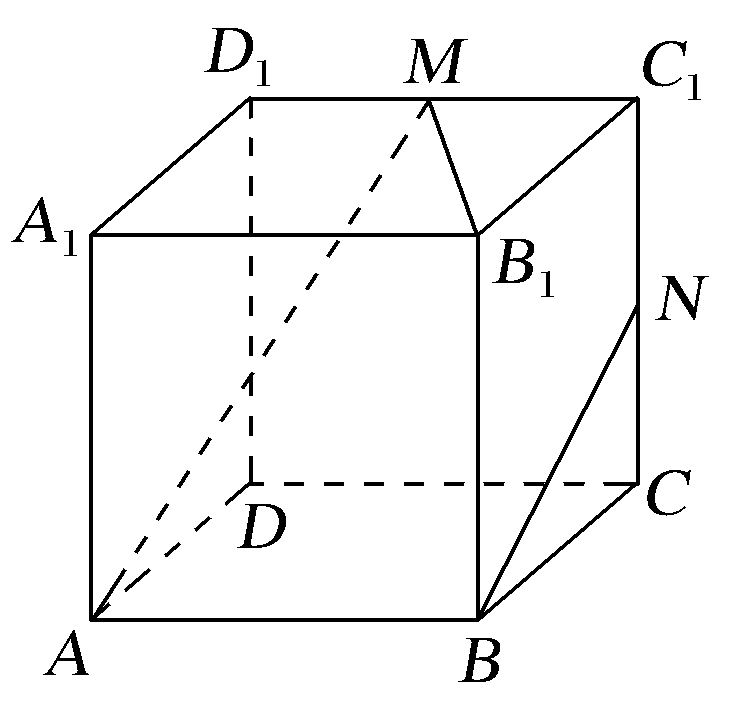
【意图】考查数学知识在物理学中的应用，考查空间直线、平面的位置关系，三角形的面积.考查数学抽象，逻辑推理等数学核心素养.

【解析】根据条件得，.由已知，，.

∵，∴，∵，∴.由于△*ABC*的面积为，

∴，解得，即，即.

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得2分.**

9如图，在正方体*ABCD*－*A*1*B*1*C*1*D*1中，*M*，*N*分别为棱*C*1*D*1，*C*1*C*的中点，则下列说法正确的有(　　)

A.直线*AM*与*CC*1是相交直线

B.直线*AM*与*BN*是平行直线

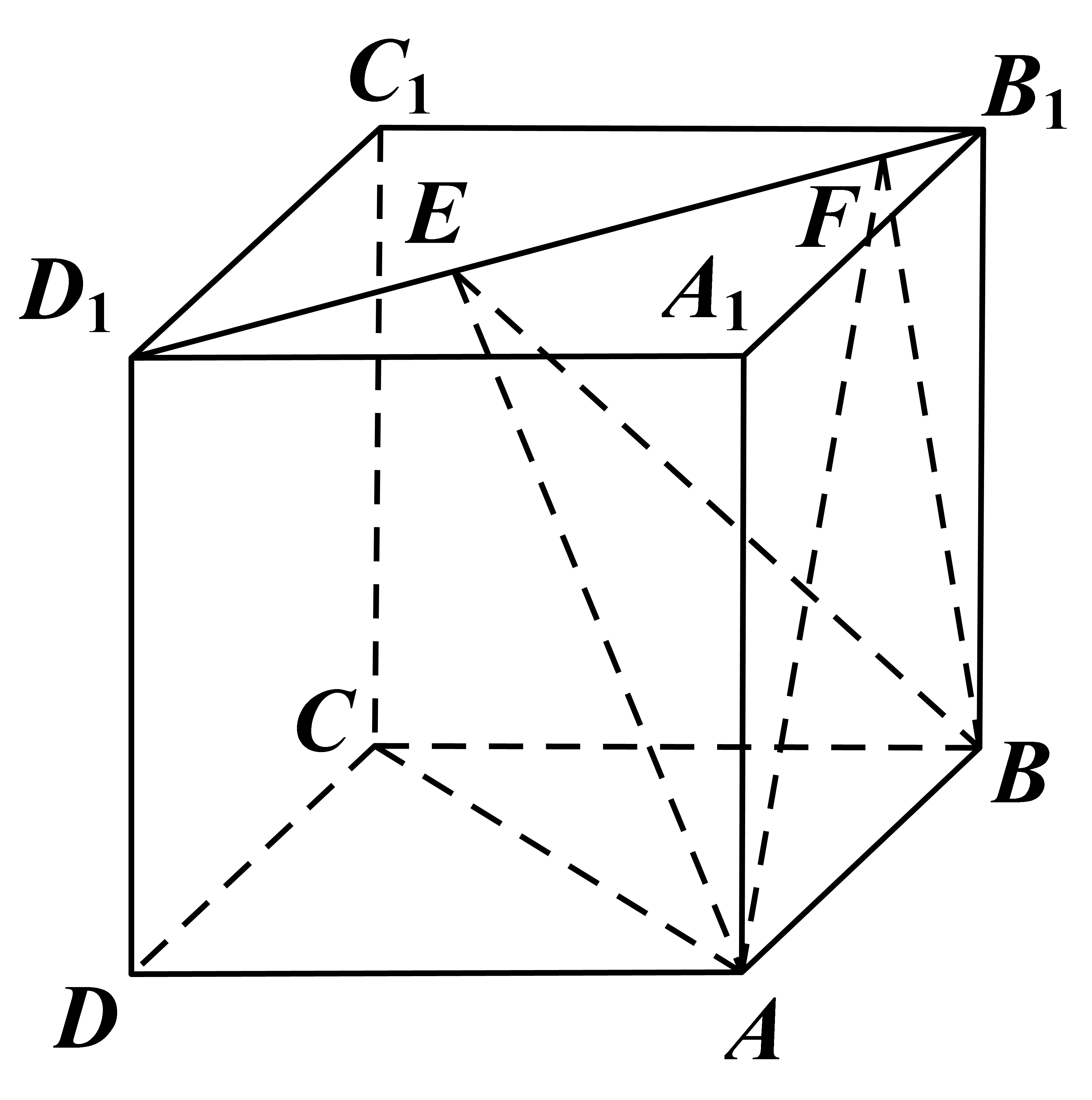
C.直线*BN*与*MB*1是异面直线

D.直线*AM*与*DD*1是异面直线

解析　直线*AM*与*CC*1是异面直线，直线*AM*与*BN*也是异面直线，故AB错误.

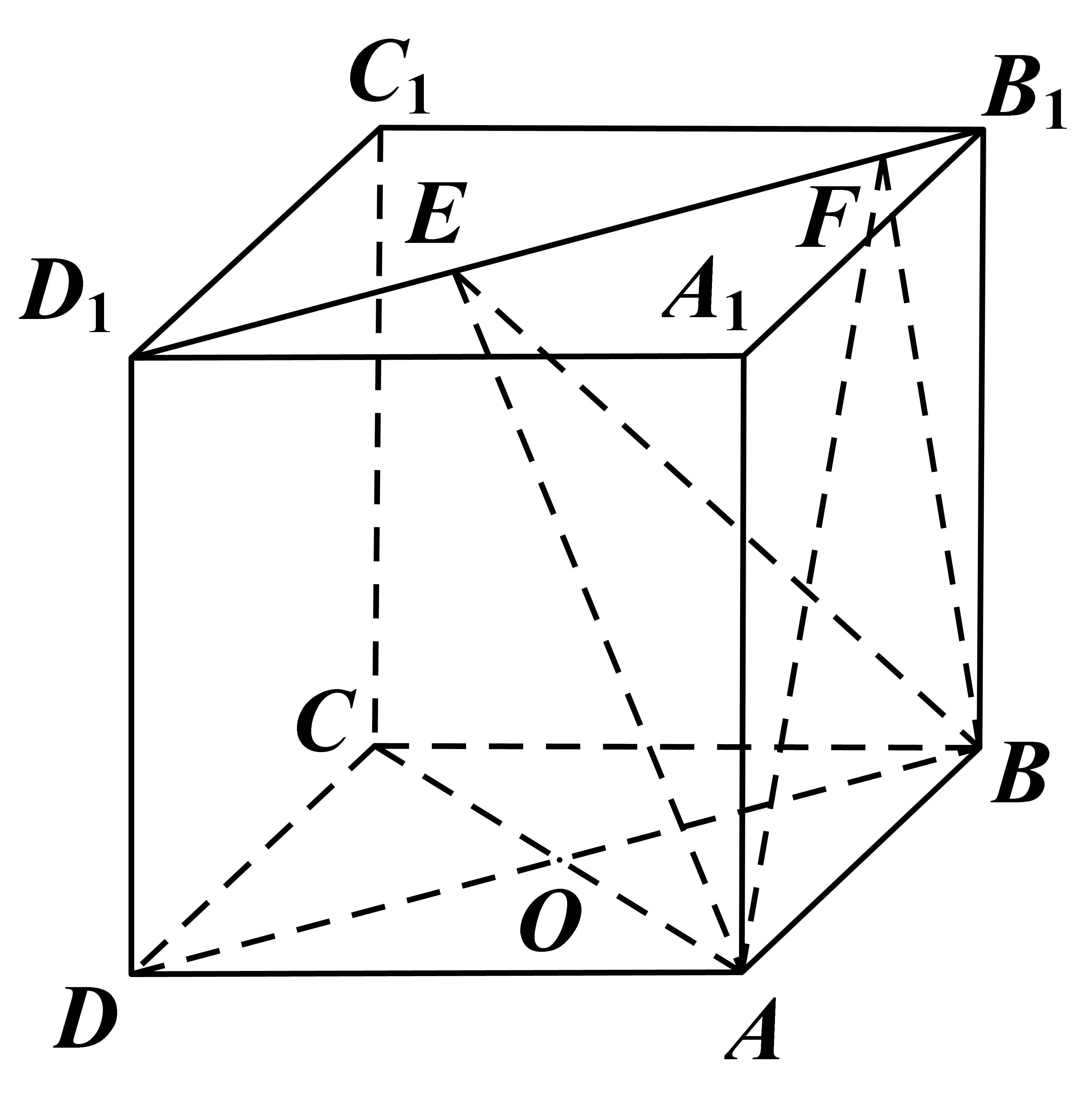
答案　CD

10.如图，正方体的棱长为，线段上有两个动点，

且，则下列结论中正确的是（ ）

A． B．平面

C．的面积与的面积相等 D．三棱锥的体积为定值

【答案】ABD

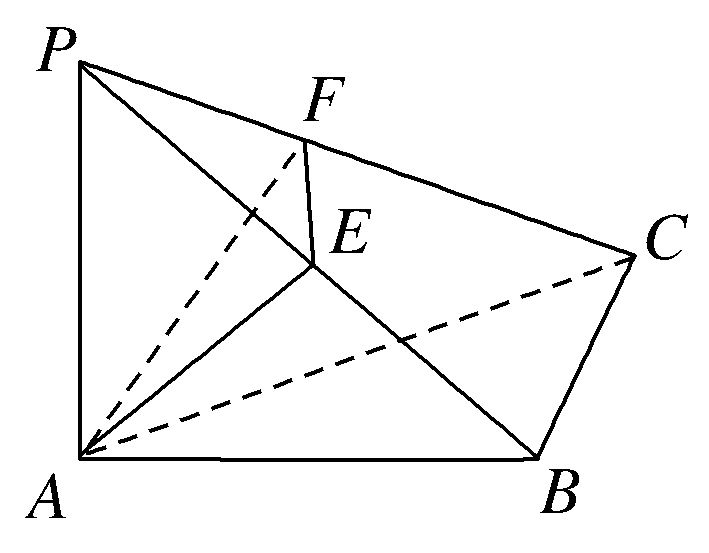
【解析】可证eqIde2a08563fb0140d3b16360de6f7d6c7a平面eqId883c6237e02c4719ad0dd465f2d0ccc7，从而eqId64c4c5e3990c45b5b5137f876e933707，故A正确；

由eqId2371cf32bbdc4756986e04f0e63edff5平面eqId5ce7a06ae7a34393b92b5277978ac014，可知eqIda5e4dd5d4b81428cbff4de50c7bf234c平面eqId5ce7a06ae7a34393b92b5277978ac014，B也正确；

连结eqId1b51efe7c2fa42748ac5a6be262e2fa4交eqIdcf2da96900c948a1b3ce7cbfd420c080于eqId2efda802d5534f6d92d9f8af7aaec28b，则eqId5d10544ec73c43e681a785968815d588为三棱锥eqId18223a5cfa234877b2e7d18ccf827197的高，eqId75ca521a81de4d34aa2e2d78189a5b7d，

三棱锥eqId18223a5cfa234877b2e7d18ccf827197的体积为eqId40c2c84391bd441da2427b7913a330d8为定值，D正确；

很显然，点eqIdcc614bd3390c4d028df189b234dcc351和点eqId8754ce8cf7f34f04abb9a0c041f57f5c到的eqId1a0830891ff846de8422ea80714ecab4距离是不相等的，C错误.

11．如图，在三棱锥*P*－*ABC*中，已知*PA*⊥底面*ABC*，*AB*⊥*BC*，*E*，*F*分别是线段*PB*，*PC*上的动点，则下列说法正确的是(　　)

A．当*AE*⊥*PB*时，△*AEF*一定是直角三角形

B．当*AF*⊥*PC*时，△*AEF*一定是直角三角形

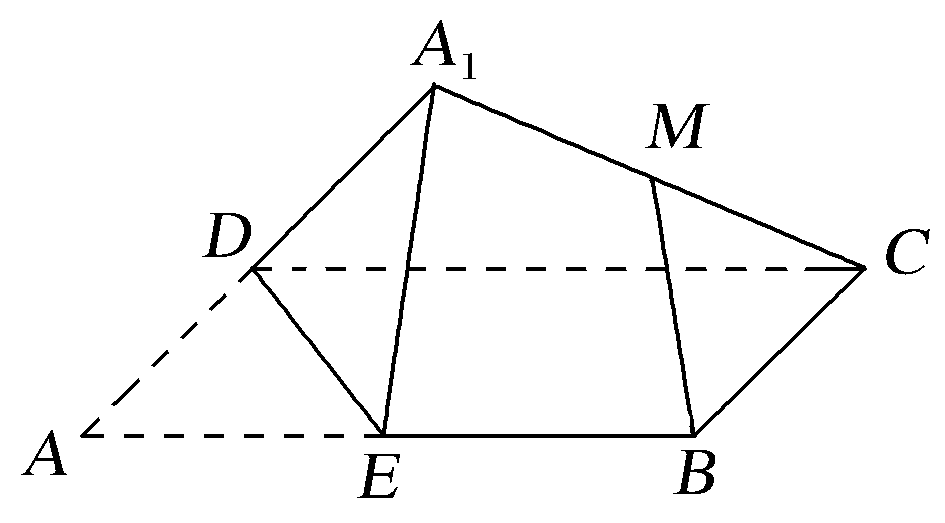
C．当*EF*∥平面*ABC*时，△*AEF*一定是直角三角形

D．当*PC*⊥平面*AEF*时，△*AEF*一定是直角三角形

解析：由*PA*⊥底面*ABC*，得*PA*⊥*BC*，又*AB*⊥*BC*，所以*BC*⊥平面*PAB*，*BC*⊥*AE*.又*AE*⊥*PB*，所以*AE*⊥平面*PBC*，所以*AE*⊥*EF*，故A正确；当*EF*∥平面*ABC*时，因为*EF*⊂平面*PBC*，平面*PBC*∩平面*ABC*＝*BC*，所以*EF*∥*BC*，故*EF*⊥平面*PAB*，*AE*⊥*EF*，故C正确；当*PC*⊥平面*AEF*时，*PC*⊥*AE*，又*BC*⊥*AE*，所以*AE*⊥平面*PBC*，所以*AE*⊥*EF*，故D正确．故选ACD.

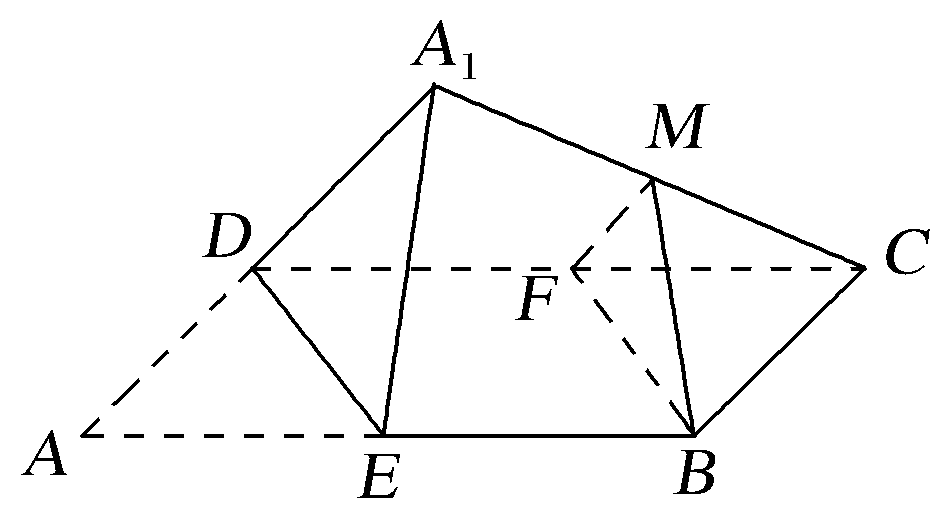
12如图，矩形*ABCD*中，*AB*＝2*AD*，*E*为边*AB*的中点，将△*ADE*沿直线*DE*翻折成△*A*1*DE*.若*M*为线段*A*1*C*的中点，则在△*ADE*翻折的过程中，下列命题正确的是(　　)

A.*BM*是定值

B.点*M*在某个球面上运动

C.存在某个位置，使*DE*⊥*A*1*C*

D.存在某个位置，使*MB*∥平面*A*1*DE*

解析　取*DC*的中点*F*，连接*MF*，*BF*，*MF*∥*A*1*D*且*MF*＝*A*1*D*，*FB*∥*ED*且*FB*＝*ED*，所以∠*MFB*＝∠*A*1*DE*，由余弦定理可得*MB*2＝*MF*2＋*FB*2－2*MF*·*FB*·cos ∠*MFB*是定值；因为*B*是定点，所以*M*是在以*B*为圆心，*MB*为半径的球面上，可得A，B正确；由*MF*∥*A*1*D*与*FB*∥*ED*且*MF*∩*BF*＝*F*可得平面*MBF*∥平面*A*1*DE*，故D正确；若*DE*⊥*A*1*C*，因为*CE*2＋*DE*2＝*CD*2，即*CE*⊥*DE*.因为*A*1*C*∩*CE*＝*C*，则*DE*⊥平面*A*1*CE*，所以*DE*⊥*A*1*E*与∠*DEA*1＝45°矛盾，故C不正确.

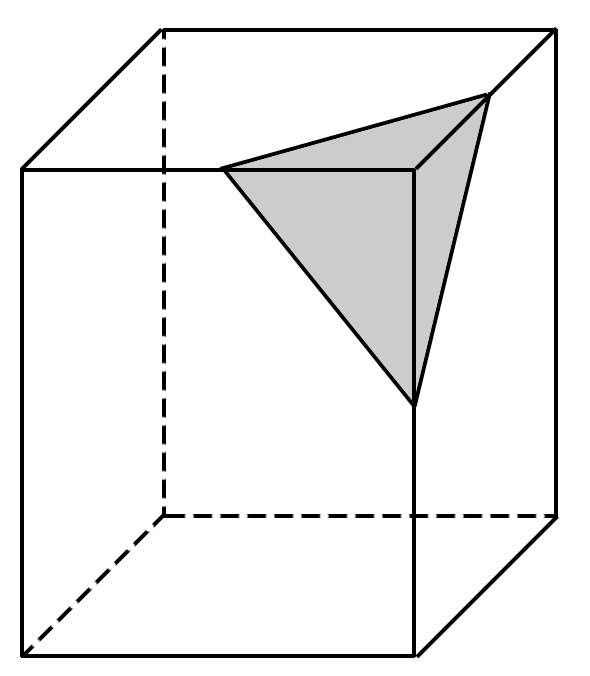
答案　ABD

**班级 姓名 座号**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **题号** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** |
| **答案** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

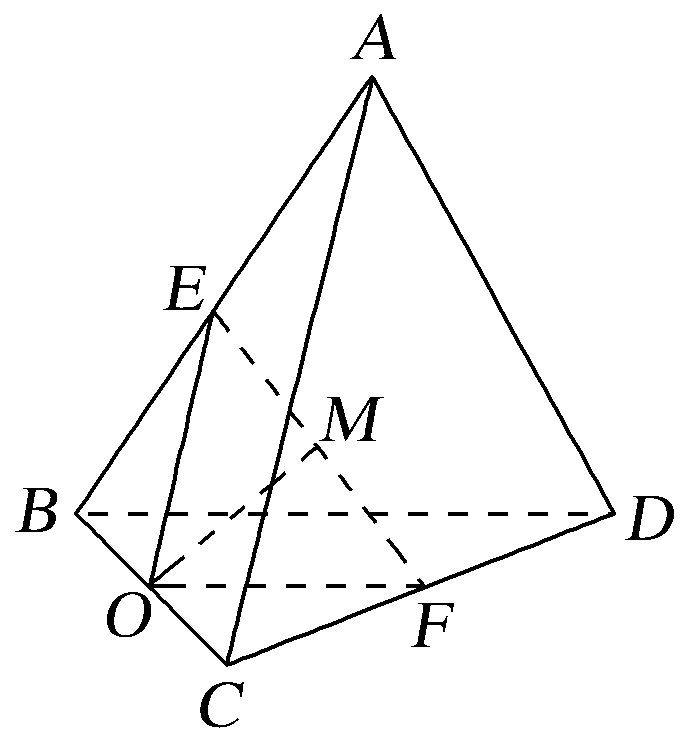
13.如图，将一个长方体用过相邻三条棱的中点的平面截出一个棱锥，则该棱锥的体积与剩下的几何体体积的比为\_\_\_\_\_\_\_\_．



答案　1∶47

解析　设长方体的相邻三条棱长分别为*a*，*b*，*c*，它截出棱锥的体积*V*1＝××*a*×*b*×*c*＝*abc*，剩下的几何体的体积*V*2＝*abc*－*abc*＝*abc*，所以*V*1∶*V*2＝1∶47.

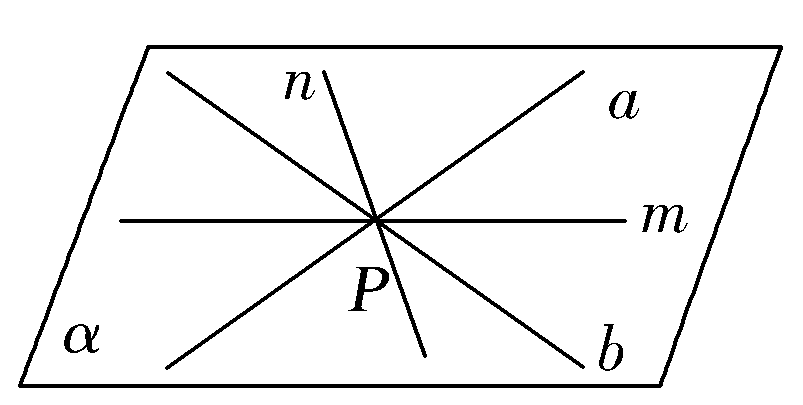
14.在四面体*ABCD*中，*E*，*F*分别是*AB*，*CD*的中点.若*BD*，*AC*所成的角为60°，且*BD*＝*AC*＝1，则*EF*的长为\_\_\_\_\_\_\_\_.

解析　如图，取*BC*的中点*O*，连接*OE*，*OF*.

因为*OE*∥*AC*，*OF*∥*BD*，

所以*OE*与*OF*所成的锐角(或直角)即为*AC*与*BD*所成的角，而*AC*，*BD*所成角为60°，所以∠*EOF*＝60°或∠*EOF*＝120°.当∠*EOF*＝60°时，*EF*＝*OE*＝*OF*＝.当∠*EOF*＝120°时，取*EF*的中点*M*，则*OM*⊥*EF*，*EF*＝2*EM*＝2×＝.答案　或

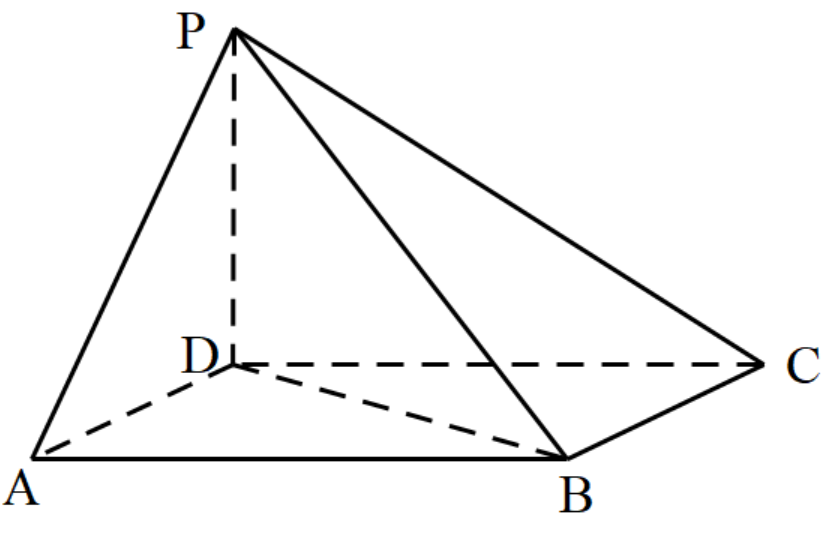
15.(多填题)(2020·海南月考)已知异面直线*a*与*b*所成的角*θ*＝70°，*P*为空间一点，则过*P*点与*a*和*b*所成角*θ*＝45°的直线有\_\_\_\_\_\_\_\_条；过*P*点与*a*和*b*所成角*θ*＝70°的直线有\_\_\_\_\_\_\_\_条.

解析　平移*a*，*b*过点*P*，如图，平面*α*内，设*a*与*b*所成锐角的平分线所在的直线为*m*，所成钝角的平分线所在的直线为*n*，则*m*与*a*，*b*所成最小角为35°，*n*与*a*，*b*所成最小角为55°，旋转*m*，可得与*a*和*b*所成角*θ*＝45°的直线有2条；分别旋转*m*，*n*，可得过点*P*与*a*和*b*所成角*θ*＝70°的直线有4条.

答案　2　4

1. 已知三棱锥的每个顶点都在球的表面上，，，，顶点在平面上的投影为的中点，且，则球的表面积为\_\_\_\_\_\_\_

（ D ）A． B． C． D．

17．（本小题满分12分）  
如图，在四棱锥中，底面为平行四边形，，，且底面.

（Ⅰ）证明：平面；

（Ⅱ）求*A*到平面*PBC*的距离.

17. （Ⅰ）证明：∵，∴，

∵，∴.

又∵底面，∴.

∵，∴平面.

（Ⅱ）解：，. .

由（1）平面，又， .

.

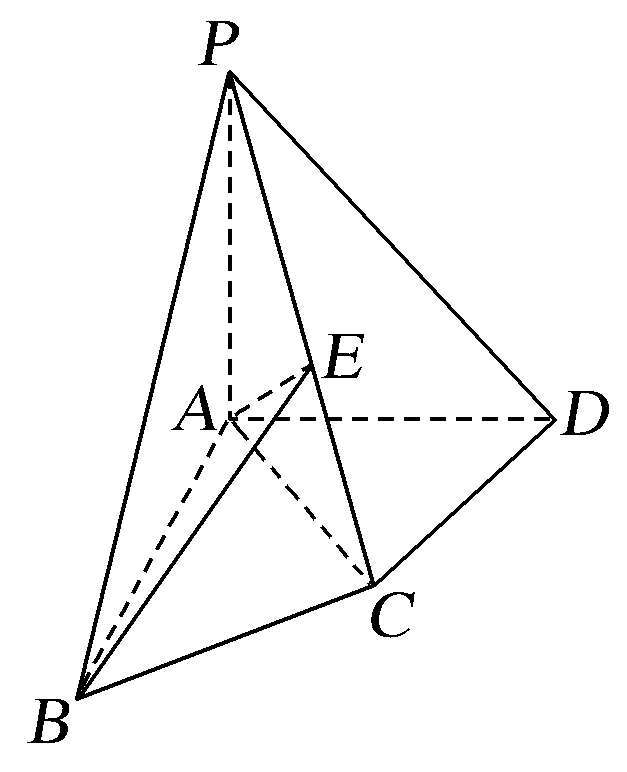
又，

设A到平面PBC距离为d，由 可得，

.

即A到平面PBC的距离为.

18.如图，在四棱锥*P*－*ABCD*中，*PA*⊥底面*ABCD*，*AB*⊥*AD*，*AC*⊥*CD*，∠*ABC*＝60°，*PA*＝*AB*＝*BC*，*E*是*PC*的中点.证明：(1)*CD*⊥*AE*；(2)*PD*⊥平面*ABE*.

证明　(1)在四棱锥*P*－*ABCD*中，

∵*PA*⊥底面*ABCD*，*CD*⊂平面*ABCD*，∴*PA*⊥*CD*，

又∵*AC*⊥*CD*，且*PA*∩*AC*＝*A*，∴*CD*⊥平面*PAC*.

又*AE*⊂平面*PAC*，∴*CD*⊥*AE*.

(2)由*PA*＝*AB*＝*BC*，∠*ABC*＝60°，可得*AC*＝*PA*.

∵*E*是*PC*的中点，∴*AE*⊥*PC*.

由(1)知*AE*⊥*CD*，且*PC*∩*CD*＝*C*，

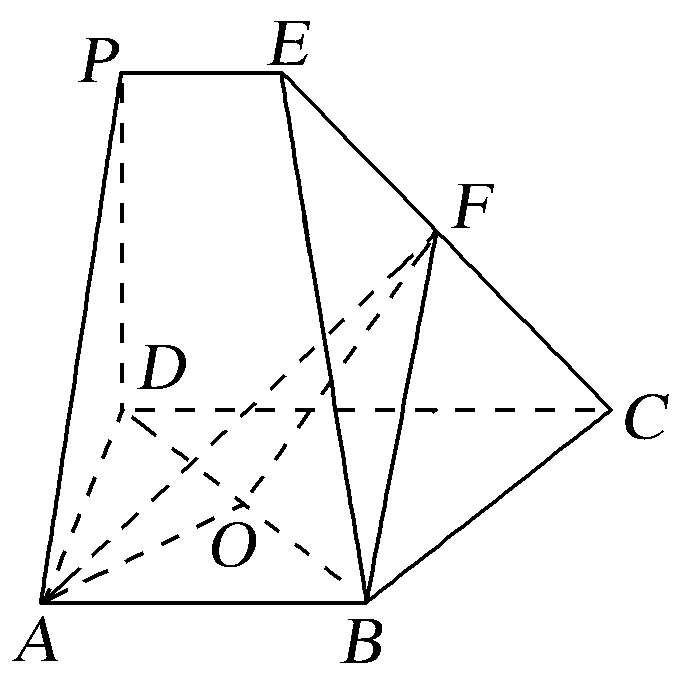
∴*AE*⊥平面*PCD*.又*PD*⊂平面*PCD*，∴*AE*⊥*PD*.

∵*PA*⊥底面*ABCD*，*AB*⊂平面*ABCD*，∴*PA*⊥*AB*.

又∵*AB*⊥*AD*，且*PA*∩*AD*＝*A*，∴*AB*⊥平面*PAD*，

又*PD*⊂平面*PAD*，∴*AB*⊥*PD*.

又∵*AB*∩*AE*＝*A*，∴*PD*⊥平面*ABE*.

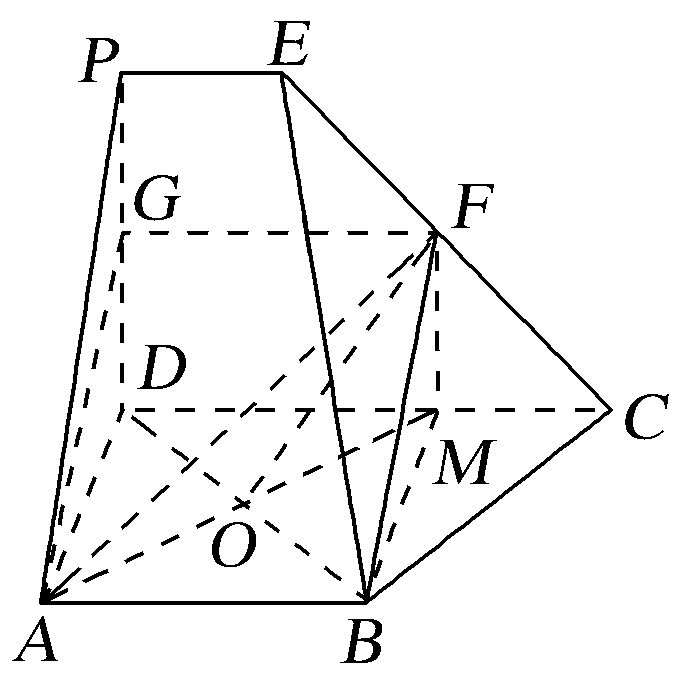
19.(2019·石家庄摸底)如图，在多面体*ABCDPE*中，四边形*ABCD*和*CDPE*都是直角梯形，*AB*∥*DC*，*PE*∥*DC*，*AD*⊥*DC*，*PD*⊥平面*ABCD*，*AB*＝*PD*＝*DA*＝2*PE*，*CD*＝3*PE*，*F*是*CE*的中点.

(1)求证：*BF*∥平面*ADP*；

(2)已知*O*是*BD*的中点，求证：*BD*⊥平面*AOF*.

证明　(1)如图，取*PD*的中点为*G*，连接*FG*，*AG*.

∵*F*是*CE*的中点，∴*FG*是梯形*CDPE*的中位线，

∵*CD*＝3*PE*，∴*FG*＝2*PE*，*FG*∥*CD*.

∵*CD*∥*AB*，*AB*＝2*PE*，

∴*AB*∥*FG*，*AB*＝*FG*，即四边形*ABFG*是平行四边形，∴*BF*∥*AG*，

又*BF*⊄平面*ADP*，*AG*⊂平面*ADP*，∴*BF*∥平面*ADP*.

(2)延长*AO*交*CD*于*M*，连接*BM*，*FM*.

∵*BA*⊥*AD*，*CD*⊥*DA*，*AB*＝*AD*，*O*为*BD*的中点，

∴四边形*ABMD*是正方形，则*BD*⊥*AM*，*MD*＝2*PE*，∴*FM*∥*PD*.

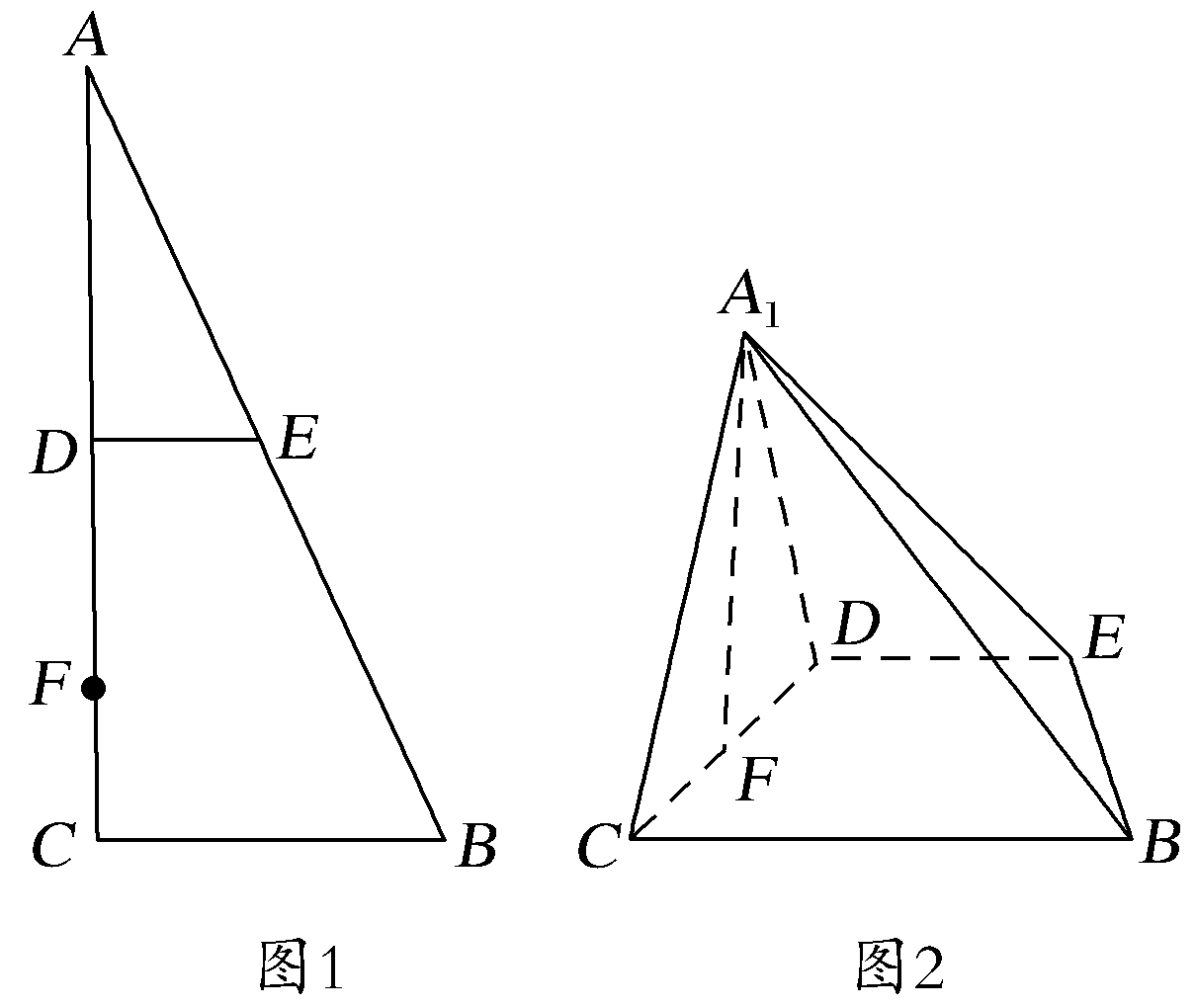
∵*PD*⊥平面*ABCD*，∴*FM*⊥平面*ABCD*，

又*BD*⊂平面*ABCD*，∴*FM*⊥*BD*，

∵*AM*∩*FM*＝*M*，∴*BD*⊥平面*AMF*，

∴*BD*⊥平面*AOF*.

20【对点训练】如图1所示，在Rt△*ABC*中，∠*C*＝90°，*D*，*E*分别为*AC*，*AB*的中点，点*F*为线段*CD*上的一点，将△*ADE*沿*DE*折起到△*A*1*DE*的位置，使*A*1*F*⊥*CD*，如图2所示.



(1)求证：*A*1*F*⊥*BE*；

(2)线段*A*1*B*上是否存在点*Q*，使*A*1*C*⊥平面*DEQ*？说明理由.

(1)证明　由已知，得*AC*⊥*BC*，且*DE*∥*BC*.

所以*DE*⊥*AC*，则*DE*⊥*DC*，*DE*⊥*DA*1，

又因为*DC*∩*DA*1＝*D*，所以*DE*⊥平面*A*1*DC*.

由于*A*1*F*⊂平面*A*1*DC*，所以*DE*⊥*A*1*F*.

又因为*A*1*F*⊥*CD*，*CD*∩*DE*＝*D*，

所以*A*1*F*⊥平面*BCDE*，又*BE*⊂平面*BCDE*，

所以*A*1*F*⊥*BE*.

(2)解　线段*A*1*B*上存在点*Q*，使*A*1*C*⊥平面*DEQ*.理由如下：

如图所示，分别取*A*1*C*，*A*1*B*的中点*P*，*Q*，则*PQ*∥*BC*.

又因为*DE*∥*BC*，所以*DE*∥*PQ*.所以平面*DEQ*即为平面*DEP*.

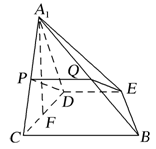
由(1)知，*DE*⊥平面*A*1*DC*，所以*DE*⊥*A*1*C*.

又因为*P*是等腰△*DA*1*C*底边*A*1*C*的中点，

所以*A*1*C*⊥*DP*，又*DE*∩*DP*＝*D*，

所以*A*1*C*⊥平面*DEP*.从而*A*1*C*⊥平面*DEQ*.

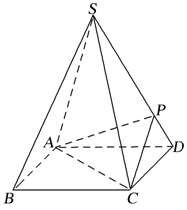
故线段*A*1*B*上存在点*Q*，使得*A*1*C*⊥平面*DEQ*.



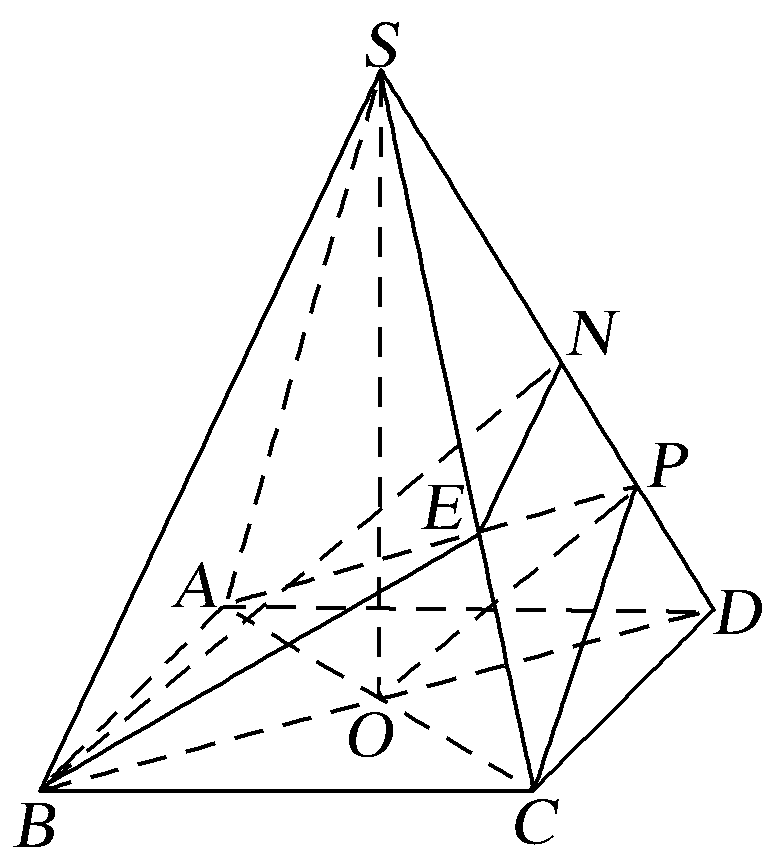
21【对点训练】如图，四棱锥*S*－*ABCD*的底面是正方形，每条侧棱的长都是底面边长的倍，*P*为侧棱*SD*上的点.

(1)求证：*AC*⊥*SD*；

(2)若*SD*⊥平面*PAC*，则侧棱*SC*上是否存在一点*E*，使得*BE*∥平面*PAC*？若存在，求*SE*∶*EC*；若不存在，试说明理由.



(1)证明　连接*BD*，设*AC*交*BD*于点*O*，连接*SO*，由题意得四棱锥*S*－*ABCD*是正四棱锥，所以*SO*⊥*AC*.



在正方形*ABCD*中，*AC*⊥*BD*，又*SO*∩*BD*＝*O*，所以*AC*⊥平面*SBD*，因为*SD*⊂平面*SBD*，所以*AC*⊥*SD*.

(2)解　在棱*SC*上存在一点*E*，使得*BE*∥平面*PAC*.

连接*OP*.设正方形*ABCD*的边长为*a*，则*SC*＝*SD*＝*a*.

由*SD*⊥平面*PAC*得*SD*⊥*PC*，易求得*PD*＝.

故可在*SP*上取一点*N*，使得*PN*＝*PD*.过点*N*作*PC*的平行线与*SC*交于点*E*，连接*BE*，*BN*.

在△*BDN*中，易得*BN*∥*PO*，又因为*NE*∥*PC*，*NE*⊂平面*BNE*，*BN*⊂平面*BNE*，*BN*∩*NE*＝*N*，*PO*⊂平面*PAC*，*PC*⊂平面*PAC*，*PO*∩*PC*＝*P*，

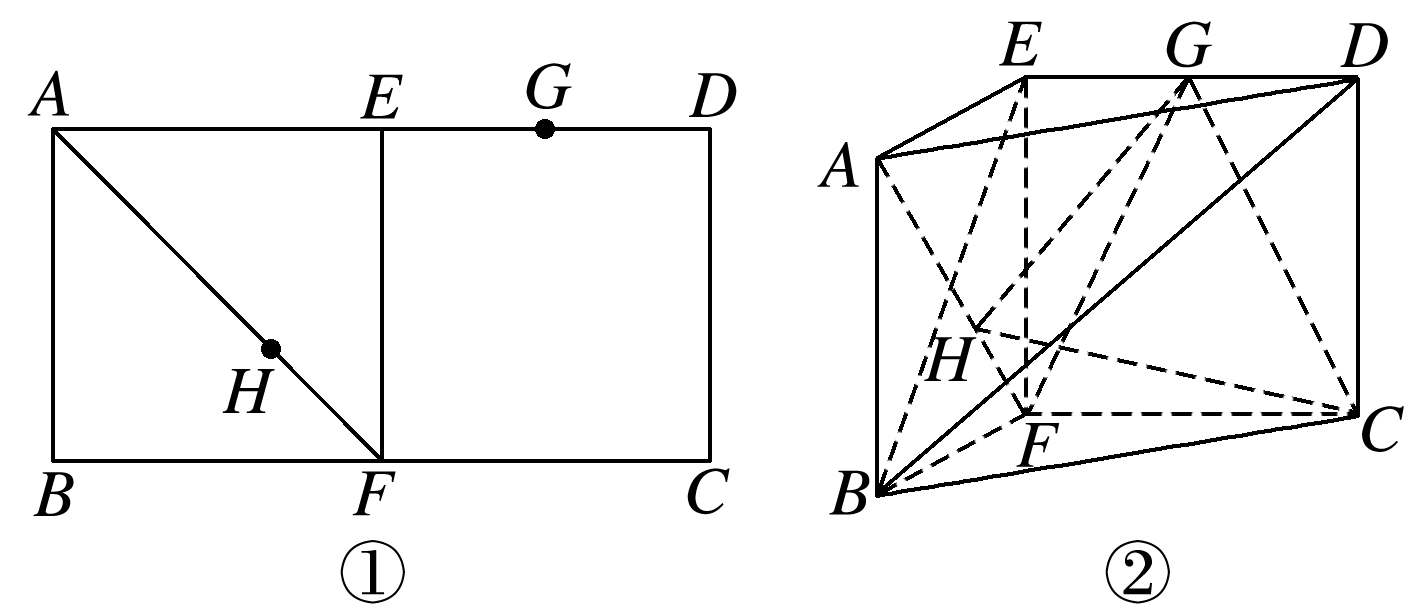
所以平面*BEN*∥平面*PAC*，所以*BE*∥平面*PAC*.

因为*SN*∶*NP*＝2∶1，所以*SE*∶*EC*＝2∶1.

22．如图①，在长方形*ABCD*中，*AB*＝*BC*＝，*E*，*F*分别为*AD*，*BC*的中点，*G*为*ED*的中点，点*H*在线段*AF*上，且满足*AH*＝*λAF*.将正方形*ABFE*沿*EF*折起，使得直线*EF*与平面*ABCD*间的距离为1，得到如图②所示的三棱柱*AED*－*BFC*.

(1)求证：*AF*⊥平面*BED*；

(2)若三棱锥*G*－*HFC*的体积为，求*λ*的值．



(1)证明　因为*EF*∥*AB*，*EF*⊄平面*ABCD*，*AB*⊂平面*ABCD*，所以*EF*∥平面*ABCD*.

所以直线*EF*与平面*ABCD*间的距离等于点*E*到平面*ABCD*的距离．

由题意知*EF*⊥*AE*，*EF*⊥*ED*，又*AE*∩*ED*＝*E*，*AE*⊂平面*AED*，*ED*⊂平面*AED*，所以*EF*⊥平面*AED*，

因为*EF*∥*AB*，所以*AB*⊥平面*AED*，

又*AB*⊂平面*ABCD*，所以平面*AED*⊥平面*ABCD*.

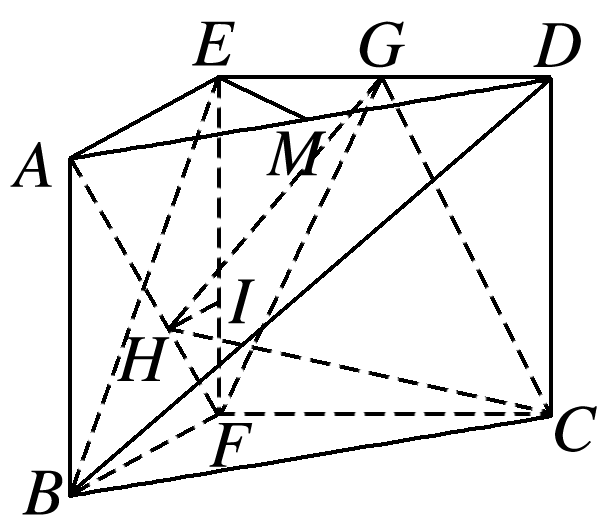
所以点*E*到平面*ABCD*的距离即为点*E*到直线*AD*的距离．

在△*AED*中，过点*E*作*EM*⊥*AD*于点*M*，如图所示．

则*EM*＝1，*AE*＝*ED*＝，易知*AM*＝*MD*＝1，所以*AD*＝2，所以*AE*⊥*ED*.

又*ED*⊥*EF*，*EF*∩*AE*＝*E*，*EF*⊂平面*AEFB*，*AE*⊂平面*AEFB*，

所以*ED*⊥平面*AEFB*，

又*AF*⊂平面*AEFB*，所以*AF*⊥*ED*.

由题意知*AF*⊥*EB*，又*ED*∩*EB*＝*E*，*ED*⊂平面*BED*，

*EB*⊂平面*BED*，所以*AF*⊥平面*BED*.

(2)解　过点*H*作*HI*⊥*EF*于点*I*，如图所示，

则*HI*∥*AE*，易知*HI*⊥平面*GFC*，所以＝＝1－*λ*，所以*HI*＝(1－*λ*)*AE*＝(1－*λ*)．

则*V*三棱锥*G*－*HFC*＝*V*三棱锥*H*－*GFC*＝×*S*△*GFC*×*HI*＝××××(1－*λ*)＝，解得*λ*＝.