泉州七中2020---2021学年下学期高一数学限时训练(8) 2021.5.21

一、单选题（本大题共**8**小题，共**40.0**分）

1. 下列命题正确的是

A. 如果两个平面有无数个公共点，那么它们相交或重合  
B. 过两条异面直线中的一条可以作无数个平面与另一条直线平行  
C. 如果两条平行直线中的一条与一个平面平行，那么另一条直线也与这个平面平行  
D. 如果两个平面平行，那么分别在两个平面内的两条直线平行

1. 设*l*是直线，、是两个不同的平面，那么下列判断正确的是

A. 若，，则 B. 若，，则．  
C. 若，，则 D. 若，，则．

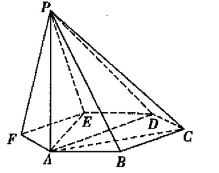
1. 已知*a*，*b*是两条不同的直线，，是两个不同的平面，且，，则“”是“”的

A. 充要条件 B. 充分不必要条件 C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

1. 已知二面角，，的平面角都相等，则点*A*在平面*BCD*上的射影是的

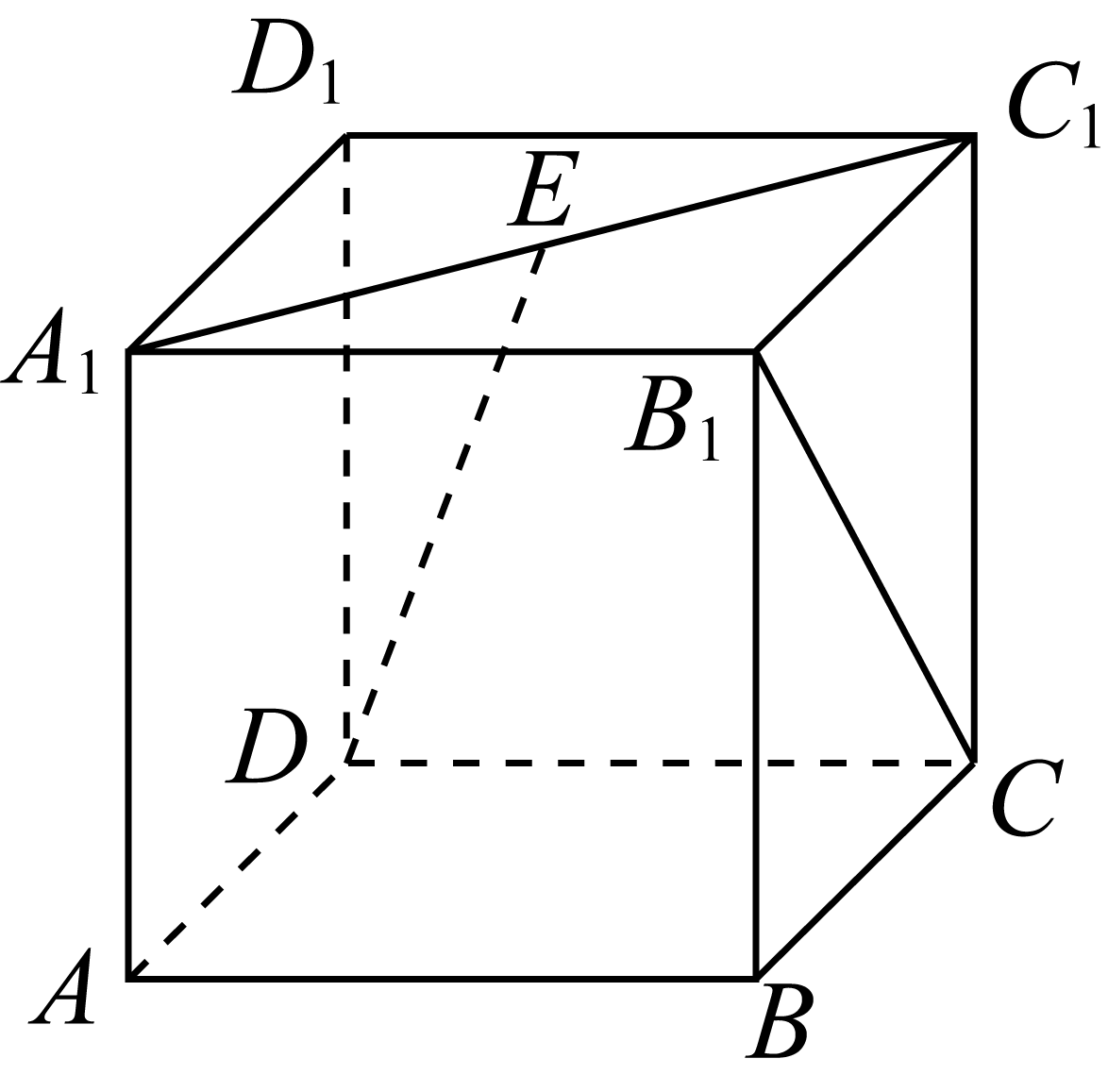
A. 内心 B. 外心 C. 垂心 D. 重心

1. 如图，已知六棱锥的底面是正六边形，平面*ABC*，则下列结论正确的是



A. B. 平面平面*PBC*  
C. 直线平面*PAE* D. 直线平面*PAC*

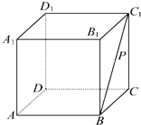
1. 如图，在正方体中，*E*为线段的中点，则异面直线*DE*与所成角的大小为



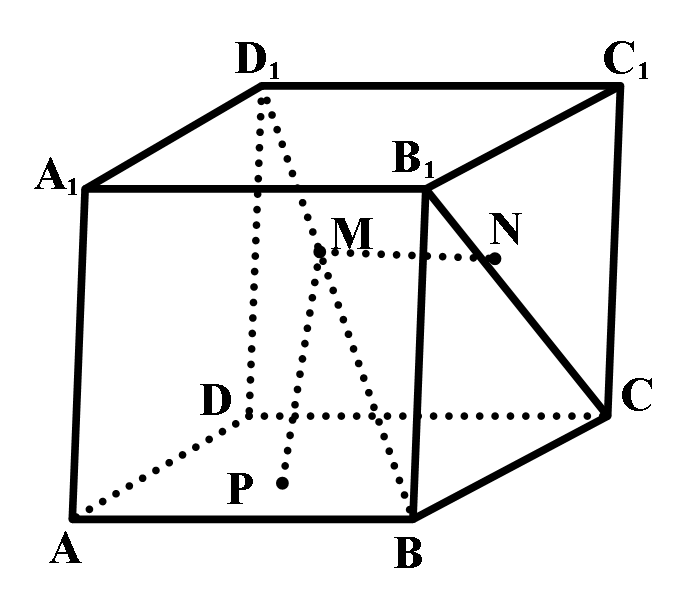
A. B. C. D.

1. 如图，点*P*在正方体的面对角线上运动，则不正确的结论是

A. 三棱锥的体积不变 B. 平面  
C. D. 平面平面



1. 如图，在棱长为1的正方体中，若点分别为线段上的动点，点*P*为底面*ABCD*上的动点，则的最小值为

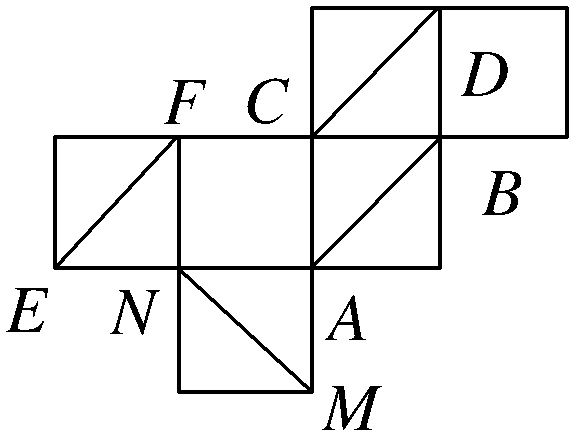


A. B. C. D. 1

二、多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

1. 两条直线*a*，*b*满足，平面，则*a*与平面的位置关系可以是

A. B. *a*与相交 C. *a*与不相交 D.

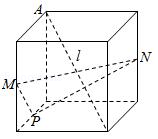
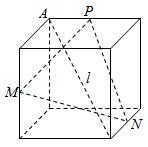
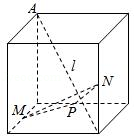
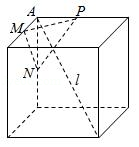
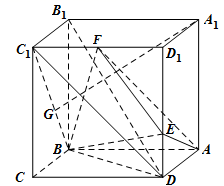


1. 如图是一个正方体的平面展开图，在原正方体中，给出下列四个结论，其中正确结论是

A. *AB*与*CD*所在直线垂直 B. *CD*与*EF*所在直线平行  
C. *AB*与*MN*所在直线成角 D. *MN*与*EF*所在直线异面

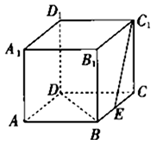
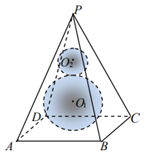
1. 如图所示，在四个正方体中，*l*是正方体的一条体对角线，点*M*，*N*，*P*分别为其所在棱的中点，能得出平面*MNP*的图形为

A. B. C. D.



1. 如图，在棱长为6的正方体中，*E*为棱上一点，且为棱的中点，点*G*是线段上的动点，则

A. 无论点*G*在线段上如何移动，都有  
B. 四面体的体积为24 C. 直线*AE*与*BF*所成角的余弦值为  
D. 直线与平面所成最大角的余弦值为



三、单空题（本大题共4小题，共**20.0**分）

1. 正的三个顶点都在球*O*的球面上，，若三棱锥的体积为2，则该球的表面积为\_\_\_\_\_ ．
2. 正方体中，*E*是*BC*的中点，平面经过直线*BD*且与直线平行，若正方体的棱长为2，则平面截正方体所得的多边形的面积为\_\_\_\_\_\_．

|  |
| --- |
|  |

1. 与空间四边形*ABCD*四个顶点距离相等的平面共有          个．
2. 如图，在一个底面边长为2，侧棱长为的正四棱锥中，大球内切于该四棱锥，小球与大球及四棱锥的四个侧面相切，则小球的体积为          ．

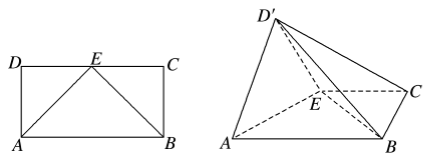


|  |
| --- |
|  |

四、解答题（本大题共**1**小题，共**12.0**分）

1. 如图所示，在长方形*ABCD*中，，，*E*为*CD*的中点，以*AE*为折痕，把折起到的位置，且平面平面*ABCE*．求证：；求四棱锥的体积；

在棱上是否存在一点*P*，使得平面*PAC*，若存在，求出点*P*的位置，若不存在，请说明理由．



**答案和解析**

1.【答案】*A*

【解析】

【分析】  
本题主要考查了线面平行的判定和性质，面面平行的性质，考查学生的推理能力，属于基础题．  
根据题意由线面平行的判定和性质，面面平行的性质对各选项分别推导即可．  
【解答】  
解：对于如果两个平面有无数个公共点，那么它们相交或重合，故*A*正确；  
对于*B*，把一条直线平移与另一条直线相交，那么两条相交直线确定一个平面，所以只有一个，而不是无数个，故*B*错误  
对于*C*，如果两条平行直线中的一条与一个平面平行，那么另一条直线与这个平面平行或者在这个平面内，故*C*错误  
对于*D*，将同一平面内的两条相交直线中的一条平移到另一个平面，则这两条直线不平行，故*D*错误．  
故选*A*．  
2.【答案】*B*

【解析】

【分析】  
本题考查空间直线与平面的位置关系，考查线面平行、垂直的判定和性质，面面垂直的判定和性质，考查空间想象能力，属于中档题和易错题．  
由线面平行的性质和面面平行的判定，即可判断*A*；由线面平行的性质定理和面面垂直的判定定理，即可判断*B*；由面面垂直的性质和线面的位置关系，即可判断*C*；  
由面面垂直的性质定理和线面平行的性质，即可判断*D*．  
【解答】  
解：对于若，，则或，相交，故*A*错；  
对于若，，则由线面平行的性质定理，得过*l*的平面，即有，  
，再由面面垂直的判定定理，得，故*B*对；  
对于若，，则或，故*C*错；  
对于若，，则*l*可能垂直、斜交或平行于平面，若*l*平行于，的交线，则，故*D*错．  
故选*B*．  
3.【答案】*A*

【解析】

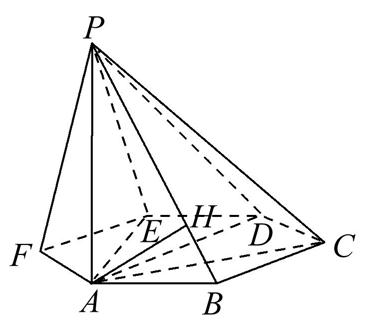
【分析】  
本题主要考查充分条件和必要条件的判断，考查线面平行的性质和判定定理，涉及空间中直线与直线，直线和平面，平面与平面的位置关系，属于基础题．  
若，根据线面平行的性质，可得，  
若，根据线面平行的判定定理，可得，进而得到”是“”的充要条件．  
【解答】  
解：若，根据线面平行的性质，可得，  
若，根据线面平行的判定定理，可得，  
故选*A*．  
4.【答案】*A*

【解析】

【分析】  
本题考查二面角的平面角，考查三角形内心的概念，属于基础题．  
二面角，，的平面角都相等，可得点*A*在平面*BCD*上的射影到的三边的距离都相等，即可得出结论．  
【解答】  
解：二面角，，的平面角都相等，  
点*A*在平面*BCD*上的射影到的三边的距离都相等，  
点*A*在平面*BCD*上的射影是的内心，  
故选：*A*．  
5.【答案】*D*

【解析】

【分析】  
本题主要考查线面、面面垂直的的判定和性质定理的运用，考查了线面平行的判定和性质，考查了空间想象能力，属于中档题．  
对于选项*A*，根据线面垂直的判定定理和性质即可排除，  
*B*选项，假设若平面平面*PBC*，根据面面垂直的性质进一步得出，这与底面是正六边形不符，所以*B*不正确  
*C*选项，假设直线平面*PAE*，根据线面平行的性质得出，与已知矛盾，故排除，  
*D*选项，，，进而可证直线平面*PAC*，进而得出结果．  
【解答】解：因为*AD*与*PB*在平面*ABC*内的射影*AB*不垂直，  
所以*A*不正确  
过点*A*作*PB*的垂线，垂足为*H*，  
  
若平面平面*PBC*，易证平面*PBC*，  
又平面*PBC*，  
所以，  
又，*PA*、*AH*是平面*PAB*内相交直线，  
所以平面*PAB*，  
又平面*PAB*，  
则，这与底面是正六边形不符，所以*B*不正确  
若直线平面*PAE*，平面*ABCDEF*，平面平面，    
则，但*BC*与*AE*相交，  
所以*C*不正确．



在*D*中，因为平面*ABC*，平面*ABC*，  
所以，

设，则，

在中，，

所以，所以，  
又，*PA*、平面*PAC*，  
所以直线平面*PAC*，故*D*正确．

故选 *D*．  
6.【答案】*C*

【解析】

【分析】

本题考查异面直线所成的角，找平面角是解决问题的关键，属基础题．  
先找到异面直线*DE*与  所成角的平面角或其补角，再求角，可得答案．

【解答】

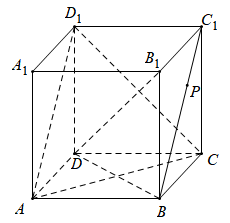
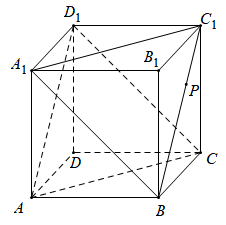
解：连接，则，  
故为异面直线*DE*与所成角的平面角或其补角，  
连接，则，  
因为*E*为的中点，  
故*DE*，  
在中，  
因为，而，  
所以在中，，  
故，  
故选：*C*．

7.【答案】*C*

【解析】

【分析】  
本题主要考查命题真假的判断，解题时要注意三棱锥体积求法中的等体积法、线面平行、垂直的判定，要注意使用转化的思想，属于中档题．  
利用空间中线线、线面、面面间的位置关系求解．  
【解答】

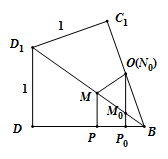
解：对于*A*，由题意知，  
又平面，平面，  
从而平面，  
故*BC*上任意一点到平面的距离均相等，  
所以以*P*为顶点，平面为底面，则三棱锥的体积不变，故*A*正确；  
对于*B*，连接，，  
  
易知，又平面，平面，故*A*平面，  
由*A*选项证明过程可知：平面，  
又，且、平面，  
所以平面平面，  
又平面，故平面，故*B*正确；  
对于*C*，由于平面，又平面，所以，  
若，又，*DP*、平面*DPC*，则平面*DCP*，  
又平面*DCP*，故*BC*，则*P*为中点，与*P*为动点矛盾，故*C*错误；  
对于*D*，连接，*BD*，  
  
易知平面*ABCD*，平面*ABCD*，故*AC*，  
又正方形*ABCD*中，且，*BD*、平面，  
故*AC*平面，  
又平面，故*DB*，  
同理可得，  
又，*AC*、平面，  
可得平面，又平面，  
故平面平面，故*D*正确．  
故选*C*．



8.【答案】*A*

【解析】

【试题解析】  
【分析】  
本题考查空间距离和的最值问题，属中高档题，先固定*M*，使*PM*，*NM*最小，则易知*P*应是*M*在*BD*上的射影，*N*应是*M*在上的射影；利用线面垂直判定定理易知平面，应为，的交点*O*；将和展开放到一个平面上，可得当*P*、*M*、*O*共线，且垂直于*BD*，时最小时，利用正弦的二倍角公式求得的值，进而计算可得．  
【解答】  
解：首先当固定*M*时，*P*点应为*M*在平面*ABCD*中的射影，在*BD*上，且于*P*，  
为使*MN*最小，*MN*应当垂直与，垂足为*N*，  
连接，设，则，  
由平面得，  
又，平面，  
由，平面，平面，  
应为，的交点*O*，  
将和展开放到一个平面上，如图所示：  
  
转化为求折线*PMO*的最小值，显然最小时*P*、*M*、*O*共线，且垂直于*BD*，  
如图所示，，，为使最小时，*M*，*P*，*N*的位置．  
显然≌，，  
，  
，  
故选：*A*．  
9.【答案】*ACD*



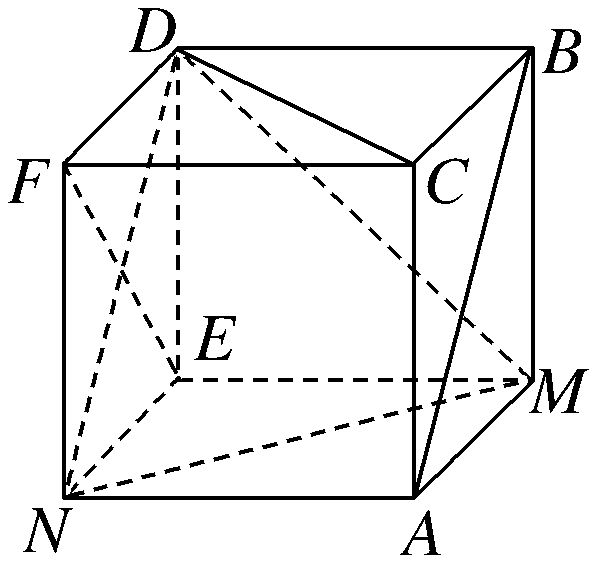
【解析】

【分析】  
本题考查空间中直线和平面的位置关系，属基础题，  
根据线面平行的判定定理和性质判断即可，  
【解答】  
解：由题意，两条直线*a*，*b*满足，平面，  
则*a*与的位置关系可以分为二种，*a*在平面内，或者*a*在平面外，  
在平面外，由线面平行的判定定理，，  
当，时*a*与不相交，故*AB*正确，  
在平面且可以成立，故*D*正确．  
根据以上判断，直线*a*与的两种位置关系中，均没有*a*与相交的可能，故*B*错误．  
故选：*ACD*10.【答案】*CD*

【解析】

【分析】  
本题考查了空间中直线与直线的位置关系，异面直线及其所成角，属于基础题．  
根据空间中直线与直线的位置关系，异面直线及其所成角等知识，对选项逐一分析即可得出结果．  
【解答】  
解：画出原正方体如图所示，

连接*DN*，*DM*，由图可知*A*、*B*错误；



*AB*  *DN*，，所以为等边三角形，

所以*C*中，*AB*与*MN*所在直线成角是正确的；

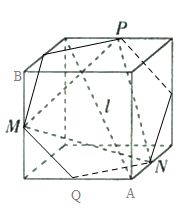
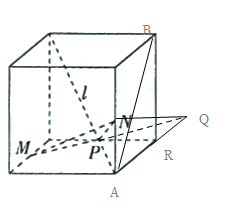
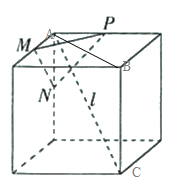
显然*D*中，*MN*与*EF*所在直线异面是正确的．

综上，*C*、*D*正确．  
故选：*CD*．

11.【答案】*AD*

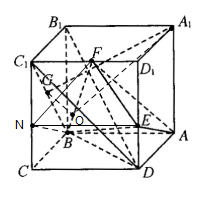
【解析】

【分析】  
本题考查直线与平面垂直的判定，利用判定定理求解即可．  
由直线与平面垂直的判定定理逐个判断．  
【解答】  
解：对*A*，如图，因为，，，*AB*、平面*ABC*，所以平面*ABC*，  
而平面*ABC*，所以，同理，又，*MP*、*MN*平面*MNP*，所以平面*MNP*，*A*正确；  
对*B*，如图，延长*MP*和*AR*相较于*Q*，连*NQ*，若平面*MNP*，则，从而显然不成立，*B*错误；  
对*C*，过*P*，*M*，*N*的截面补全就是如图正六边形，平面*MNP*显然不成立，*C*错误；  
对*D*，显然，同上易证，又，*MP*、平面*MNP*，所以平面*MNP*，*D*正确，  
故选*AD*．  
  
12.【答案】*ABD*



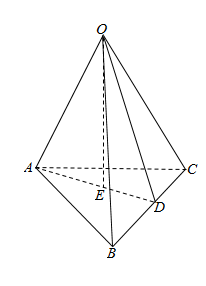
【解析】

【分析】  
本题考查正方体的结构特征，空间中直线与直线的位置关系，异面直线所成角，直线与平面所成角，棱锥体积的计算，考查空间想象能力和转化思想，属于较难题．  
根据空间中直线与直线的位置关系，异面直线所成角，直线与平面所成角，棱锥体积的计算公式对选项逐一判断即可．  
【解答】  
解：对于*A*，在正方体中，易证平面，又平面，所以，故*A*正确；  
对于*B*，，平面*ABE*，平面*ABE*，  
平面*ABE*，到平面*ABE*的距离等于到平面*ABE*的距离，  
  
，故*B*正确；  
对于*C*，在棱上取点*N*，使，连结*BN*，*NE*，如图，  
  
则易知为直线*AE*与*BF*所成角或其补角，  
由题意可得，，，  
则，  
则直线*AE*与*BF*所成角的余弦值为，故*C*错误；  
对于*D*，由题意知三棱锥为棱长为的正四面体，  
作平面，*O*为垂足，  
则*O*为正的中心，且为直线与平面所成角，  
所以，  
当点*G*移动到的中点时，最短，  
此时最小，最大，  
此时，故*D*正确．  
故选*ABD*．  
13.【答案】

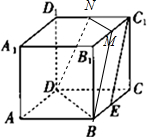


【解析】

【分析】  
本题主要考查的是球的表面积和体积的有关知识，根据题意求出正的面积以及点*O*到底面的距离，再求出球的半径，即可求出球的表面积．  
【解答】  
解：正的三个顶点都在以*O*为球心的球面上，  
且，  
取*BC*中点*D*，连结*AD*，*OD*，  
过*O*作平面*ABC*，则，如图所示；  
  
，  
，  
，  
三棱锥的体积为2，  
，  
解得，  
球的半径为，  
球的表面积为，  
故答案为．  
14.【答案】



【解析】解：过*B*作交于*M*，过*M*作*BD*的平行线，交于*N*，连接*DN*，  
则平面*BDMN*即为符合条件的平面，  
由作图可知*M*，*N*分别为，的中点，  
故*BD*，，且，  
等腰梯形*MNDB*的高为，  
梯形*MNDB*的面积为．  
故答案为：．  
根据线面平行的性质作出平面与正方体的截面，计算截面梯形的各边长即可求出截面面积．  
本题考查了线面平行的性质，面面平行的性质，属于中档题．  
15.【答案】7



【解析】

1. 【分析】  
   本题考查平面的基本性质及应用，属于基础题．  
   由题意，分情况讨论，求解即可．  
   【解答】  
   解：由题意，若平面与空间四边形*ABCD*四个顶点距离相等，  
   则*A*，*B*，*C*，*D*四个顶点在该平面的异侧，  
   如果一边3个，另一边1个，适合题意的平面有4个；  
   如果每边2个，适合题意的平面有3个；  
   综上，共7个．  
   故答案为7．

17.【答案】



【解析】

【分析】

本题考查球的体积公式，考查两圆相切性质，正四棱锥性质的应用，属于中档题．  
设*O*为正方形*ABCD*的中心，*AB*的中点为*M*，连接*PM*，*OM*，*PO*，则，，分别可求得大球与小球半径分别为和，进而可得小球的体积．

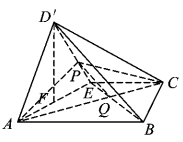


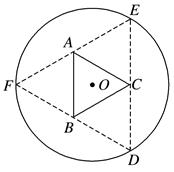
【解答】

解：设*O*为正方形*ABCD*的中心，*AB*的中点为*M*，连接*PM*，*OM*，*PO*，  
则，  
，，  
如图，在截面*PMO*中，设*N*为球与平面*PAB*的切点，  
  
则*N*在*PM*上，且，设球的半径为*R*，则，  
因为，所以，则，  
，所以，  
设球与球相切于点*Q*，则，设球的半径为*r*，  
同理可得，所以，  
故小球的体积，  
故答案为．



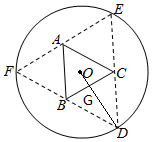
17.【答案】解：证明：由题意，在长方形*ABCD*中，和为等腰直角三角形，  
，  
，即，  
平面平面*ABCE*，平面平面，平面*ABCE*，  
平面，  
平面，  
；  
取*AE*的中点*F*，连接，则，  
平面平面*ABCE*，平面平面，平面，  
平面*ABCE*，  
  
；  
如图所示，  
  
连结*AC*交*BE*于*Q*，假设在上存在点*P*，使得平面*PAC*，连接*PQ*，  
平面，平面平面，  
，  
在中，，  
 在梯形*ABCE*中，，                    
，即，  
在棱上存在一点*P*，且，使得平面*PAC*．



1. 【解析】本题考查平面与平面垂直的性质，直线与平面平行的性质、四棱锥的体积公式，为中档题．  
   由题意，在长方形*ABCD*中，可知，根据面面垂直的性质定理可以证明；  
   取*AE*的中点*F*，连接，则，由面面垂直的性质定理可以证明平面*ABCE*，从而求出；  
   连结*AC*交*BE*于*Q*，假设在上存在点*P*，使得，根据平行线的性质结合平面几何知识，即可得到*EP*与之间的关系．  
   16. 如图，圆形纸片的圆心为*O*，半径为5*cm*，该纸片上的等边三角形*ABC*的中心为，*E*，*F*为圆*O*上的点，，，分别是以*BC*，*CA*，*AB*为底边的等腰三角形．沿虚线剪开后，分别以*BC*，*CA*，*AB*为折痕折起，，，使得*D*，*E*，*F*重合，得到三棱锥．当的边长变化时，所得三棱锥体积单位：的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】  
本题考查三棱锥的体积，考查利用导数研究函数的单调性和最值，考查运算求解能力、空间想象能力，是较难题．  
由题，连接*OD*，交*BC*于点*G*，由题意得，，设，则，，三棱锥的高，求出棱锥体积表达式，利用导数能求出体积最大值．  
【解答】  
解：由题意，连接*OD*，交*BC*于点*G*，  
  
由题意得，，  
设，则，，  
三棱锥的高  
，  
，  
则  
  
，  
令，，  
则，  
令，解得，  
则在上单调递增，在单调递减，  
则，  
，  
体积最大值为．  
故答案为：．