

泉州七中 2021-2022 学年高二数学周考 2 试卷 (2021-10-10)

命卷人：陈炳烈

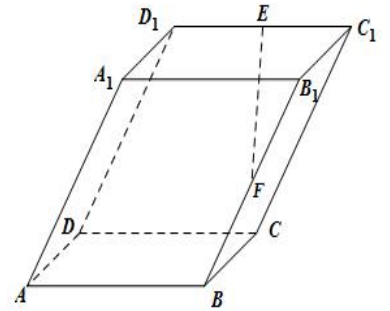
一、选择题：本题共 7 小题，每小题 5 分，共 35 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知直线 l 的方向向量和平面 β 的一个法向量分别为 $\vec{m} = (3, 1, -5)$, $\vec{n} = (-6, -2, 10)$, 则 ()
 A. $l \perp \beta$ B. $l // \beta$ C. l 与 β 相交但不垂直 D. 以上都不对

2. 如图, 已知平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, E, F 分别是棱 C_1D_1 , BB_1 的中点, 记 $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AD} = \vec{b}$, $\vec{AA_1} = \vec{c}$,

则 $\vec{EF} =$ ()

- A. $\vec{EF} = \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ B. $\vec{EF} = \frac{3}{2}\vec{a} + \vec{b} + \frac{3}{2}\vec{c}$
 C. $\vec{EF} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$ D. $\vec{EF} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$



3. 若直线 $(3m-1)x + (m-1)y + 1 = 0$ 与直线 $(m+1)x + (2-2m)y - 1 = 0$ 平行, 则 m 的值为 ()

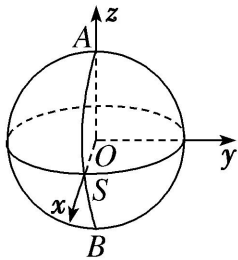
- A. $m=1$ 或 $m=\frac{1}{5}$ B. $m=\frac{1}{7}$ 或 $m=1$ C. $m=\frac{1}{7}$ D. $m=\frac{1}{5}$

4. 已知在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1=2AB$, 则 CD 与平面 BDC_1 所成角的正弦值等于 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

5. 假设地球是半径为 r 的球体, 现将空间直角坐标系的原点置于球心, 赤道位于 Oxy 平面上, z 轴的正方向为球心指向正北极方向, 本初子午线 (弧 \widehat{ASB}) 是 0 度经线, 位于 Ozx 平面上, 且交 x 轴于点 $S(r, 0, 0)$,

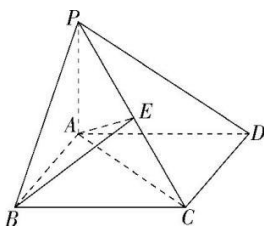
如图所示. 已知赤道上一点 $E\left(\frac{1}{2}r, \frac{\sqrt{3}}{2}r, 0\right)$ 位于东经 60 度, 则地球上位于东经 30 度、北纬 60 度的空间点 P 的坐标为 ()



- A. $\left(\frac{1}{4}r, \frac{\sqrt{3}}{4}r, \frac{\sqrt{3}}{2}r\right)$ B. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}r, \frac{1}{2}r, \frac{\sqrt{3}}{2}r\right)$ C. $\left(\frac{1}{2}r, \frac{\sqrt{3}}{2}r, \frac{1}{2}r\right)$ D. $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}r, \frac{1}{4}r, \frac{\sqrt{3}}{2}r\right)$

6. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是平行四边形, 且 $AB=1, BC=2, \angle ABC=60^\circ$, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AE \perp PC$ 于 E . 给出下列四个结论: ① $AB \perp AC$; ② $AB \perp$ 平面 PAC ; ③ $PC \perp$ 平面 ABE ; ④ $PC \perp BE$, 其中正确的个数是 ()

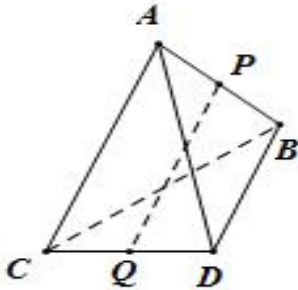
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



7. 如图, 在三棱锥 $A-BCD$ 中, 平面 $ABC \perp$ 平面 BCD , $\angle BAC = \angle BCD = 90^\circ$, $AB = AC$,

$CD = \frac{1}{2}BC = 1$, 点 P 是线段 AB 上的动点, 若线段 CD 上存在点 Q , 使得异面直线 PQ 与 AD 成 30°

的角, 则线段 PA 长的取值范围是 () A. $\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ B. $(0, \sqrt{2}]$ C. $(0, 1]$ D. $\left(0, \frac{\sqrt{6}}{3}\right]$



二、选择题: 本题共 3 小题。每小题 5 分, 共 15 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合 题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

8. 设 $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ 是空间的一组基底, 则下列结论正确的是 ()

- A. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 可以为任意向量
- B. 对空间任一向量 \vec{p} , 存在唯一有序实数组 (x, y, z) , 使 $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$
- C. 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, $\vec{b} \perp \vec{c}$, 则 $\vec{a} \perp \vec{c}$
- D. $\{\vec{a} + 2\vec{b}, \vec{b} + 2\vec{c}, \vec{c} + 2\vec{a}\}$ 可以作为构成空间的一组基底

9. 在四面体 $P-ABC$ 中, 以上说法正确的有 ()

- A. 若 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, 则可知 $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BD}$
- B. 若 Q 为 $\triangle ABC$ 的重心, 则 $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{PA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{PB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{PC}$
- C. 若 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$, $\overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$, 则 $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$
- D. 若四面体 $P-ABC$ 各棱长都为 2, M, N 分别为 PA, BC 的中点, 则 $|\overrightarrow{MN}| = 1$

10. 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 2, \angle ABC = 60^\circ$, 将菱形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折成大小为 $\theta (\theta \in (0^\circ, 180^\circ))$

的二面角 $B-AC-D$, 四面体 $ABCD$ 内接于球 O , 下列说法正确的是 ()

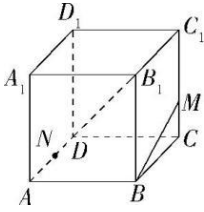
- A. 四面体 $ABCD$ 的体积的最大值是 1
- B. 四面体 $ABCD$ 的表面积的最大值是 $4 + 2\sqrt{3}$
- C. 当 $\theta = 90^\circ$ 时, AB 与 CD 所成的角是 60°
- D. 当 $\theta = 60^\circ$ 时, 球 O 的体积为 $\frac{52\sqrt{13}\pi}{81}$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

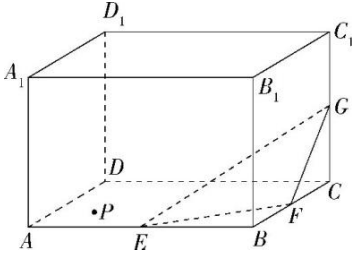
11. 已知空间三点 $A(0, 0, 1), B(-1, 1, 1), C(1, 2, -3)$, 若直线 AB 上一点 M , 满足 $CM \perp AB$, 则点 M 的坐标为 _____.

12. 已知向量 $\vec{a} = (3, -2, -3), \vec{b} = (-2, x-1, 2)$, 且 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为钝角, 则 x 的取值范围是 _____.

13. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, N 是棱 AD 的中点, M 是棱 CC_1 上的点, 且 $CC_1=3CM$, 则直线 BM 与 B_1N 之间的距离为_____.



14. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AD=DD_1=1, AB=\sqrt{3}$, E, F, G 分别是棱 AB, BC, CC_1 的中点, P 是底面 $ABCD$ (不含边界) 内的动点, 若直线 D_1P 与平面 EFG 平行, 求 $\triangle BB_1P$ 的面积的最小值_____.



四、解答题: 本题共 4 小题, 共 50 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本题 12 分)

(1) 已知直线 l 过点 $(1, 0)$, 且与直线 $y=\sqrt{3}(x-1)$ 的夹角为 30° , 求直线 l 的方程.

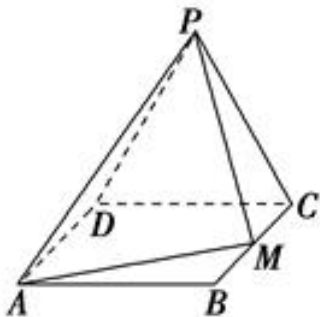
(2) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $A(1, -4), B(2, 6), C(-2, 0)$, $AD \perp BC$ 于点 D , 求直线 AD 的方程.

(3) 已知两点 $A(-3, 4), B(3, 2)$, 过点 $P(1, 0)$ 的直线 l 与线段 AB 有公共点, 求直线 l 的倾斜角 α 和斜率 k 的取值范围.

16. (本题 12 分) 如图, 边长为 2 的等边 $\triangle PCD$ 所在的平面垂直于矩形 $ABCD$ 所在的平面, $BC = 2\sqrt{2}$, M 为 BC 的中点.

(1) 求点 P 到直线 AM 的距离;

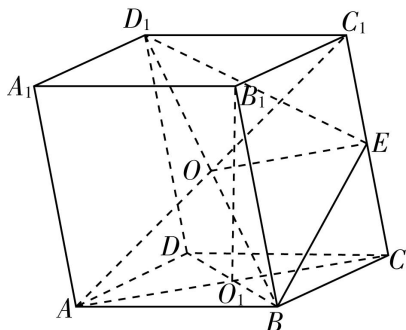
(2) 求点 D 到平面 AMP 的距离.



17. (本题 12 分) 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形, AC_1 和 BD_1 相交于点 O , E 为 CC_1 的中点.

(1) 求证: $OE \parallel$ 平面 $ABCD$;

(2) 若 B_1 在平面 $ABCD$ 上的射影为 AC 的中点 O_1 , $BB_1=BD$, $\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$, 求平面 BED_1 与平面 $ABCD$ 所成角的大小.



18. (本题 14 分) 如图, 在边长为 4 的菱形 $ABCD$ 中, $\angle DAB = 60^\circ$. 点 E 、 F 分别在边 CD 、 CB 上, 点 E 与点 C 、 D 不重合, $EF \perp AC$, $EF \cap AC = O$. 沿 EF 将 $\triangle CEF$ 翻折到 $\triangle PEF$ 的位置, 使平面 $PEF \perp$ 平面 $ABFED$.

(I) 求证: $BD \perp$ 平面 POA ;

(II) 当 PB 取得最小值时, 请解答以下问题:

(i) 求四棱锥 $P-BDEF$ 的体积;

(ii) 若点 Q 满足 $\overrightarrow{AQ} = \lambda \overrightarrow{QP} (\lambda > 0)$, 试探究: 直线 OQ 与平面 PBD 所成角的大小是否一定大于 $\frac{\pi}{4}$? 并说明你的理由.

