### 1．4.2　充要条件

1．“1<*x*<2”是“*x*≤2”的(　　)

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件 C．充要条件 D．既不充分又不必要条件

2．“*x*＝1”是“*x*2－2*x*＋1＝0”的(　　)

A．充要条件 B．充分不必要条件 C．必要不充分条件 D．既不充分又不必要条件

3．设*x*∈**R**，则“2－*x*≥0”是“|*x*－1|≤1”的(　　)

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件 C．充要条件 D．既不充分又不必要条件

4．已知*a*，*b*是实数，则“*a*<0，且*b*<0”是“*ab*(*a*－*b*)>0”的(　　)

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件 C．充要条件 D．既不充分又不必要条件

5．使“*x*∈”成立的一个充分不必要条件是(　　)

A．*x*≥0 B．*x*<0或*x*>2 C．*x*∈{－1,3,5} D．*x*≤－或*x*≥3

6．“函数*y*＝*x*2－2*ax*＋*a*的图象在*x*轴的上方”是“0≤*a*≤1”的(　　)

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件 C．充要条件 D．既不充分又不必要条件

7．设*x*∈**R**，则“<”是“*x*2<1”的(　　)

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件 C．充要条件 D．既不充分又不必要条件

8．已知△*ABC*，△*A*1*B*1*C*1，两三角形对应角相等是△*ABC*≌△*A*1*B*1*C*1的\_\_\_\_\_\_\_\_条件．(填“充分不必要”“必要不充分”“充要”或“既不充分又不必要”)

9．对于集合*A*，*B*及元素*x*，若*A*⊆*B*，则*x*∈*B*是*x*∈*A*∪*B*的\_\_\_\_\_\_\_\_条件．

10．设*a*，*b*是实数，则“*a*＋*b*>0”是“*ab*>0”的\_\_\_\_\_\_\_\_条件．

11．已知“*p*：*x*>*m*＋3或*x*<*m*”是“*q*：－4<*x*<1”成立的必要不充分条件，则实数*m*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

12．已知*α*：*x*≥*a*，*β*：|*x*－1|<1.若*α*是*β*的必要不充分条件，则实数*a*的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_．

13．设*m*∈**N**\*，一元二次方程*x*2－4*x*＋*m*＝0有整数根的充要条件是*m*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

14．设命题*p*：≤*x*≤1；命题*q*：*a*≤*x*≤*a*＋1，若*p*是*q*的充分不必要条件，求实数*a*的取值范围．

15.已知*p*：－2≤*x*≤10，*q*：1－*m*≤*x*≤1＋*m*(*m*>0)，若*p*是*q*的必要不充分条件，求实数*m*的取值范围．

16．已知*a*，*b*，*c*∈**R**，*a*≠0.判断“*a*－*b*＋*c*＝0”是“二次方程*ax*2＋*bx*＋*c*＝0有一根为－1”的什么条件？并说明理由．

17．设*a*，*b*，*c*为△*ABC*的三边，求证：方程*x*2＋2*ax*＋*b*2＝0与*x*2＋2*cx*－*b*2＝0有公共根的充要条件是∠*A*＝90°.

### 1．4.2　充要条件

1．“1<*x*<2”是“*x*≤2”的(　　)

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件 C．充要条件 D．既不充分又不必要条件

答案　A

解析　设*A*＝{*x*|1<*x*<2}，*B*＝{*x*|*x*≤2}，*A**B*.

故“1<*x*<2”是“*x*≤2”的充分不必要条件．

2．“*x*＝1”是“*x*2－2*x*＋1＝0”的(　　)

A．充要条件 B．充分不必要条件 C．必要不充分条件 D．既不充分又不必要条件

答案　A

解析　若*x*＝1，则*x*2－2*x*＋1＝0；

若*x*2－2*x*＋1＝0，即(*x*－1)2＝0，则*x*＝1.故为充要条件．

3．设*x*∈**R**，则“2－*x*≥0”是“|*x*－1|≤1”的(　　)

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件 C．充要条件 D．既不充分又不必要条件

答案　B

解析　由2－*x*≥0，得*x*≤2，由|*x*－1|≤1，得0≤*x*≤2.

当*x*≤2时不一定有0≤*x*≤2，

而当0≤*x*≤2时一定有*x*≤2，

∴“2－*x*≥0”是“|*x*－1|≤1”的必要不充分条件．

4．已知*a*，*b*是实数，则“*a*<0，且*b*<0”是“*ab*(*a*－*b*)>0”的(　　)

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件 C．充要条件 D．既不充分又不必要条件

答案　D

解析　已知*a*，*b*是实数，则若*a*<0，且*b*<0，则不一定有*ab*(*a*－*b*)>0，比如当*a*<*b*<0时，*ab*(*a*－*b*)<0；反之，若*ab*(*a*－*b*)>0，则*a*－*b*和*ab*同号，当*a*>*b*>0时满足*ab*(*a*－*b*)>0，当*b*<*a*<0时也满足*ab*(*a*－*b*)>0，故不能确定*a*和*b*的正负．故是既不充分又不必要条件．

5．使“*x*∈”成立的一个充分不必要条件是(　　)

A．*x*≥0 B．*x*<0或*x*>2 C．*x*∈{－1,3,5} D．*x*≤－或*x*≥3

答案　C

解析　选项中只有*x*∈{－1,3,5}是使“*x*∈”成立的一个充分不必要条件．

6．“函数*y*＝*x*2－2*ax*＋*a*的图象在*x*轴的上方”是“0≤*a*≤1”的(　　)

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件 C．充要条件 D．既不充分又不必要条件

答案　A

解析　函数*y*＝*x*2－2*ax*＋*a*的图象在*x*轴的上方，

则*Δ*＝4*a*2－4*a*<0，解得0<*a*<1，

由集合的包含关系可知选A.

7．设*x*∈**R**，则“<”是“*x*2<1”的(　　)

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件 C．充要条件 D．既不充分又不必要条件

答案　A

解析　由<，得0<*x*<1，所以0<*x*2<1；

由*x*2<1，得－1<*x*<1，不能推出0<*x*<1.

所以“<”是“*x*2<1”的充分不必要条件．

8．已知△*ABC*，△*A*1*B*1*C*1，两三角形对应角相等是△*ABC*≌△*A*1*B*1*C*1的\_\_\_\_\_\_\_\_条件．(填“充分不必要”“必要不充分”“充要”或“既不充分又不必要”)

答案　必要不充分

解析　由两三角形对应角相等⇏△*ABC*≌△*A*1*B*1*C*1；

反之由△*ABC*≌△*A*1*B*1*C*1⇒∠*A*＝∠*A*1，∠*B*＝∠*B*1，∠*C*＝∠*C*1.

9．对于集合*A*，*B*及元素*x*，若*A*⊆*B*，则*x*∈*B*是*x*∈*A*∪*B*的\_\_\_\_\_\_\_\_条件．

答案　充要

解析　由*x*∈*B*，显然可得*x*∈*A*∪*B*；

反之，由*A*⊆*B*，则*A*∪*B*＝*B*，

所以由*x*∈*A*∪*B*可得*x*∈*B*，

故*x*∈*B*是*x*∈*A*∪*B*的充要条件．

10．设*a*，*b*是实数，则“*a*＋*b*>0”是“*ab*>0”的\_\_\_\_\_\_\_\_条件．

答案　既不充分又不必要

解析　若*a*＋*b*>0，取*a*＝3，*b*＝－2，则*ab*>0不成立；

反之，若*ab*>0，取*a*＝－2，*b*＝－3，则*a*＋*b*>0也不成立，

因此“*a*＋*b*>0”是“*ab*>0”的既不充分又不必要条件．

11．设命题*p*：≤*x*≤1；命题*q*：*a*≤*x*≤*a*＋1，若*p*是*q*的充分不必要条件，求实数*a*的取值范围．

解　设*A*＝，*B*＝{*x*|*a*≤*x*≤*a*＋1}，由*p*是*q*的充分不必要条件，可知*A**B*，

∴或解得0≤*a*≤，

故所求实数*a*的取值范围是0≤*a*≤.

12．已知“*p*：*x*>*m*＋3或*x*<*m*”是“*q*：－4<*x*<1”成立的必要不充分条件，则实数*m*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

答案　*m*≤－7或*m*≥1

解析　因为*p*是*q*成立的必要不充分条件，

所以*m*＋3≤－4或*m*≥1，故*m*≤－7或*m*≥1.

13．已知*α*：*x*≥*a*，*β*：|*x*－1|<1.若*α*是*β*的必要不充分条件，则实数*a*的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_．

答案　{*a*|*a*≤0}

解析　*α*：*x*≥*a*，可`看作集合*A*＝{*x*|*x*≥*a*}．

∵*β*：|*x*－1|<1，∴0<*x*<2，∴*β*可看作集合*B*＝{*x*|0<*x*<2}．

又∵*α*是*β*的必要不充分条件，∴*B**A*，∴*a*≤0.

14．设*m*∈**N**\*，一元二次方程*x*2－4*x*＋*m*＝0有整数根的充要条件是*m*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案　3或4

解析　*x*＝＝2±，因为*x*是整数，即2±为整数，所以为整数，且*m*≤4，

又*m*∈**N**\*，取*m*＝1,2,3,4.验证可得*m*＝3,4符合题意，所以*m*＝3,4时可以推出一元二次方程*x*2－4*x*＋*m*＝0有整数根．

15.已知*p*：－2≤*x*≤10，*q*：1－*m*≤*x*≤1＋*m*(*m*>0)，若*p*是*q*的必要不充分条件，求实数*m*的取值范围．

解　*p*：－2≤*x*≤10，*q*：1－*m*≤*x*≤1＋*m*(*m*>0)．

因为*p*是*q*的必要不充分条件，

所以*q*是*p*的充分不必要条件，

即{*x*|1－*m*≤*x*≤1＋*m*}{*x*|－2≤*x*≤10}，

故有或

解得*m*≤3.

又*m*>0，

所以实数*m*的取值范围为{*m*|0<*m*≤3}．

16．已知*a*，*b*，*c*∈**R**，*a*≠0.判断“*a*－*b*＋*c*＝0”是“二次方程*ax*2＋*bx*＋*c*＝0有一根为－1”的什么条件？并说明理由．

解　“*a*－*b*＋*c*＝0”是“二次方程*ax*2＋*bx*＋*c*＝0有一根为－1”的充要条件．

理由如下：

当*a*，*b*，*c*∈**R**，*a*≠0时，

若“*a*－*b*＋*c*＝0”，则－1满足二次方程*ax*2＋*bx*＋*c*＝0，即“二次方程*ax*2＋*bx*＋*c*＝0有一根为－1”，

故“*a*－*b*＋*c*＝0”是“二次方程*ax*2＋*bx*＋*c*＝0有一根为－1”的充分条件，

若“二次方程*ax*2＋*bx*＋*c*＝0有一根为－1”，则“*a*－*b*＋*c*＝0”，

故“*a*－*b*＋*c*＝0”是“二次方程*ax*2＋*bx*＋*c*＝0有一根为－1”的必要条件，

综上所述，“*a*－*b*＋*c*＝0”是“二次方程*ax*2＋*bx*＋*c*＝0有一根为－1”的充要条件．

17．设*a*，*b*，*c*为△*ABC*的三边，求证：方程*x*2＋2*ax*＋*b*2＝0与*x*2＋2*cx*－*b*2＝0有公共根的充要条件是∠*A*＝90°.

证明　必要性：设方程*x*2＋2*ax*＋*b*2＝0与*x*2＋2*cx*－*b*2＝0有公共根*x*0，则*x*＋2*ax*0＋*b*2＝0，*x*＋2*cx*0－*b*2＝0.两式相减，得*x*0＝，将此式代入*x*＋2*ax*0＋*b*2＝0，可得*b*2＋*c*2＝*a*2，故∠*A*＝90°.

充分性：∵∠*A*＝90°，∴*b*2＝*a*2－*c*2.①

将①代入方程*x*2＋2*ax*＋*b*2＝0，可得*x*2＋2*ax*＋*a*2－*c*2＝0，即(*x*＋*a*－*c*)(*x*＋*a*＋*c*)＝0.

将①代入方程*x*2＋2*cx*－*b*2＝0，可得*x*2＋2*cx*＋*c*2－*a*2＝0，即(*x*＋*c*－*a*)(*x*＋*c*＋*a*)＝0.

故两方程有公共根*x*＝－(*a*＋*c*)．∴方程*x*2＋2*ax*＋*b*2＝0与*x*2＋2*cx*－*b*2＝0有公共根的充要条件是∠*A*＝90°.