### 1．4.1　充分条件与必要条件

1．(多选)使*ab*>0成立的充分条件是(　　)

A．*a*>0，*b*>0 B．*a*＋*b*>0 C．*a*<0，*b*<0 D．*a*>1，*b*>1

2．使*x*>1成立的一个必要条件是(　　)

A．*x*>0 B．*x*>3 C．*x*>2 D．*x*<2

3．下列命题中，*p*是*q*的充分条件的是(　　)

A．*p*：*ab*≠0，*q*：*a*≠0 B．*p*：*a*2＋*b*2≥0，*q*：*a*≥0且*b*≥0

C．*p*：*x*2>1，*q*：*x*>1 D．*p*：*a*>*b*，*q*：>

4．已知集合*A*＝{1，*a*}，*B*＝{1,2,3}，则“*a*＝3”是“*A*⊆*B*”的(　　)

A．充分条件 B．必要条件 C．既不是充分条件也不是必要条件 D．既是充分条件又是必要条件

答案　A

解析　∵*A*＝{1，*a*}，*B*＝{1,2,3}，*A*⊆*B*，∴*a*∈*B*且*a*≠1，∴*a*＝2或3，即*a*＝3⇒*A*⊆*B*，

∴“*a*＝3”是“*A*⊆*B*”的充分条件．

5．(多选)下列命题中，*p*是*q*的充分条件的是(　　)

A．*p*：*a*是无理数，*q*：*a*2是无理数 B．*p*：四边形为等腰梯形，*q*：四边形对角线相等

C．*p*：*x*>2，*q*：*x*≥1 D．*p*：*a*>*b*，*q*：*ac*2>*bc*2

6．设*x*，*y*是两个实数，命题：“*x*，*y*中至少有一个数大于1”的充分条件是(　　)

A．*x*＋*y*＝2 B．*x*＋*y*>2 C．*x*2＋*y*2>2 D．*xy*>1

7．集合*A*＝{*x*|－1<*x*<1}，*B*＝{*x*|－*a*<*x*－*b*<*a*}．若“*a*＝1”是“*A*∩*B*≠∅”的充分条件，则实数*b*的取值范围是(　　)

A．{*b*|－2≤*b*<0} B．{*b*|0<*b*≤2} C．{*b*|－2<*b*<2} D．{*b*|－2≤*b*≤2}

8．设甲、乙、丙是三个命题，如果甲是乙的必要条件，丙是乙的充分条件，但不是乙的必要条件，那么(　　)

A．丙是甲的充分条件，但不是甲的必要条件 B．丙是甲的必要条件，但不是甲的充分条件

C．丙既是甲的充分条件，又是甲的必要条件 D．丙既不是甲的充分条件，也不是甲的必要条件

答案　A

9．“*x*2＝2*x*”是“*x*＝0”的\_\_\_\_\_\_\_\_条件，“*x*＝0”是“*x*2＝2*x*”的\_\_\_\_\_\_\_\_条件(用“充分”“必要”填空)．

10．下列说法不正确的是\_\_\_\_\_\_\_\_．(只填序号)

①“*x*>5”是“*x*>4”的充分条件；②“*xy*＝0”是“*x*＝0且*y*＝0”的充分条件；

③“－2<*x*<2”是“*x*<2”的充分条件．

11．条件*p*：2－*x*>0，条件*q*：*x*<*a*，若*p*是*q*的充分条件，则*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

12．设命题*p*：*k*>5，*b*<5，命题*q*：一次函数*y*＝(*k*－4)*x*＋*b*－5的图象交*y*轴于负半轴，交*x*轴于正半轴，则*p*是*q*的\_\_\_\_\_\_\_\_条件；*q*是*p*的\_\_\_\_\_\_\_\_条件．(用“充分”“必要”填空)

13．已知*p*：*x*<－2或*x*>10，*q*：*x*<1＋*a*或*x*>1－*a*.若*p*是*q*的必要条件，则实数*a*的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．指出下列命题中，*p*是*q*的什么条件？

(1)*p*：*x*2＝2*x*＋1，*q*：*x*＝；(2)*p*：*a*2＋*b*2＝0，*q*：*a*＋*b*＝0；

(3)*p*：(*x*－1)2＋(*y*－2)2＝0，*q*：(*x*－1)(*y*－2)＝0.

14．已知*p*：－1<*x*<3，若－*a*<*x*－1<*a*是*p*的一个必要条件，求使*a*>*b*恒成立的实数*b*的取值范围．

15　已知*p*：实数*x*满足3*a*<*x*<*a*，其中*a*<0；*q*：实数*x*满足－2≤*x*≤3.若*p*是*q*的充分条件，求实数*a*的取值范围．

16已知*P*＝{*x*|*a*－4<*x*<*a*＋4}，*Q*＝{*x*|1<*x*<3}，“*x*∈*P*”是“*x*∈*Q*”的必要条件，则实数*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．(1)是否存在实数*m*，使2*x*＋*m*<0是*x*<－1或*x*>3的充分条件？

(2)是否存在实数*m*，使2*x*＋*m*<0是*x*<－1或*x*>3的必要条件？

### 1．4.1　充分条件与必要条件

1．(多选)使*ab*>0成立的充分条件是(　　)

A．*a*>0，*b*>0 B．*a*＋*b*>0 C．*a*<0，*b*<0 D．*a*>1，*b*>1

答案　ACD

解析　因为*a*>0，*b*>0⇒*ab*>0；*a*<0，*b*<0⇒*ab*>0；*a*>1，*b*>1⇒*ab*>0，所以选项ACD都是使*ab*>0成立的充分条件．

2．使*x*>1成立的一个必要条件是(　　)

A．*x*>0 B．*x*>3 C．*x*>2 D．*x*<2

答案　A

解析　只有*x*>1⇒*x*>0，其他选项均不可由*x*>1推出．

3．下列命题中，*p*是*q*的充分条件的是(　　)

A．*p*：*ab*≠0，*q*：*a*≠0 B．*p*：*a*2＋*b*2≥0，*q*：*a*≥0且*b*≥0

C．*p*：*x*2>1，*q*：*x*>1 D．*p*：*a*>*b*，*q*：>

答案　A 解析　根据充分条件的概念逐一判断．只有*ab*≠0⇒*a*≠0.

4．已知集合*A*＝{1，*a*}，*B*＝{1,2,3}，则“*a*＝3”是“*A*⊆*B*”的(　　)

A．充分条件 B．必要条件 C．既不是充分条件也不是必要条件 D．既是充分条件又是必要条件

答案　A

解析　∵*A*＝{1，*a*}，*B*＝{1,2,3}，*A*⊆*B*，∴*a*∈*B*且*a*≠1，∴*a*＝2或3，即*a*＝3⇒*A*⊆*B*，

∴“*a*＝3”是“*A*⊆*B*”的充分条件．

5．(多选)下列命题中，*p*是*q*的充分条件的是(　　)

A．*p*：*a*是无理数，*q*：*a*2是无理数 B．*p*：四边形为等腰梯形，*q*：四边形对角线相等

C．*p*：*x*>2，*q*：*x*≥1 D．*p*：*a*>*b*，*q*：*ac*2>*bc*2

答案　BC

解析　A中，*a*＝是无理数，*a*2＝2是有理数，所以*p*不是*q*的充分条件；

B中，因为等腰梯形的对角线相等，所以*p*是*q*的充分条件；

C中，*x*>2⇒*x*≥1，所以*p*是*q*的充分条件；

D中，当*c*＝0时*ac*2＝*bc*2，所以*p*不是*q*的充分条件．

6．设*x*，*y*是两个实数，命题：“*x*，*y*中至少有一个数大于1”的充分条件是(　　)

A．*x*＋*y*＝2 B．*x*＋*y*>2 C．*x*2＋*y*2>2 D．*xy*>1

答案　B

解析　对于选项A，当*x*＝1，*y*＝1时，满足*x*＋*y*＝2，但命题不成立；对于选项C，D，当*x*＝－2，*y*＝－3时，满足*x*2＋*y*2>2，*xy*>1，但命题不成立，也不符合题意．

7．集合*A*＝{*x*|－1<*x*<1}，*B*＝{*x*|－*a*<*x*－*b*<*a*}．若“*a*＝1”是“*A*∩*B*≠∅”的充分条件，则实数*b*的取值范围是(　　)

A．{*b*|－2≤*b*<0} B．{*b*|0<*b*≤2}

C．{*b*|－2<*b*<2} D．{*b*|－2≤*b*≤2}

答案　C

解析　*A*＝{*x*|－1<*x*<1}，*B*＝{*x*|－*a*<*x*－*b*<*a*}＝{*x*|*b*－*a*<*x*<*b*＋*a*}．

因为“*a*＝1”是“*A*∩*B*≠∅”的充分条件，

所以－1≤*b*－1<1或－1<*b*＋1≤1，即－2<*b*<2.

8．设甲、乙、丙是三个命题，如果甲是乙的必要条件，丙是乙的充分条件，但不是乙的必要条件，那么(　　)

A．丙是甲的充分条件，但不是甲的必要条件 B．丙是甲的必要条件，但不是甲的充分条件

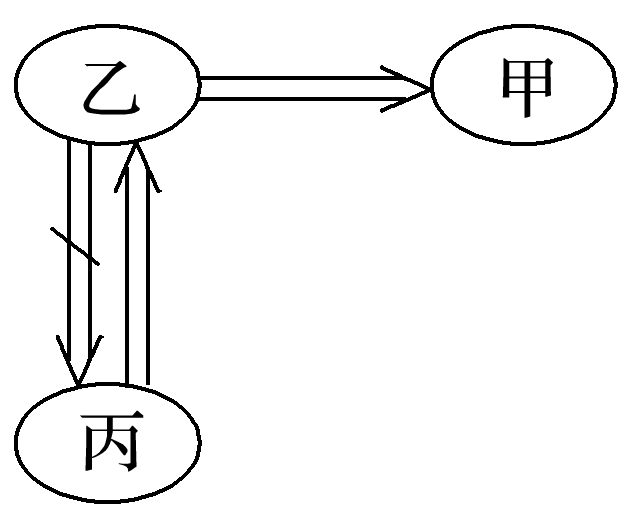
C．丙既是甲的充分条件，又是甲的必要条件 D．丙既不是甲的充分条件，也不是甲的必要条件

答案　A

解析　因为甲是乙的必要条件，所以乙⇒甲．

又因为丙是乙的充分条件，但不是乙的必要条件，所以丙⇒乙，但乙⇏丙，

如图．



综上，有丙⇒甲，但甲⇏丙，

即丙是甲的充分条件，但不是甲的必要条件．

9．“*x*2＝2*x*”是“*x*＝0”的\_\_\_\_\_\_\_\_条件，“*x*＝0”是“*x*2＝2*x*”的\_\_\_\_\_\_\_\_条件(用“充分”“必要”填空)．

答案　必要　充分

解析　由于*x*＝0⇒*x*2＝2*x*，所以“*x*2＝2*x*”是“*x*＝0”的必要条件，“*x*＝0”是“*x*2＝2*x*”的充分条件．

10．下列说法不正确的是\_\_\_\_\_\_\_\_．(只填序号)

①“*x*>5”是“*x*>4”的充分条件；②“*xy*＝0”是“*x*＝0且*y*＝0”的充分条件；

③“－2<*x*<2”是“*x*<2”的充分条件．

答案　②

解析　②中由*xy*＝0不能推出*x*＝0且*y*＝0，则②不正确；①③正确．

11．条件*p*：2－*x*>0，条件*q*：*x*<*a*，若*p*是*q*的充分条件，则*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

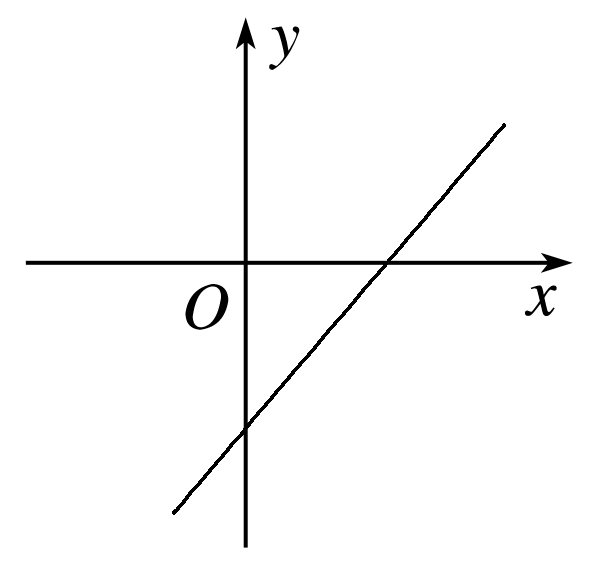
答案　{*a*|*a*≥2}

解析　*p*：*x*<2，若*p*是*q*的充分条件，则*p*⇒*q*，即*p*对应集合是*q*对应集合的子集，故*a*≥2.

12．设命题*p*：*k*>5，*b*<5，命题*q*：一次函数*y*＝(*k*－4)*x*＋*b*－5的图象交*y*轴于负半轴，交*x*轴于正半轴，则*p*是*q*的\_\_\_\_\_\_\_\_条件；*q*是*p*的\_\_\_\_\_\_\_\_条件．(用“充分”“必要”填空)

答案　充分　必要

解析　当*k*>5，*b*<5时，函数*y*＝(*k*－4)*x*＋*b*－5的图象如图所示，



此时一次函数*y*＝(*k*－4)*x*＋*b*－5的图象交*y*轴于负半轴，交*x*轴于正半轴，

∴*p*是*q*的充分条件，*q*是*p*的必要条件．

13．已知*p*：*x*<－2或*x*>10，*q*：*x*<1＋*a*或*x*>1－*a*.若*p*是*q*的必要条件，则实数*a*的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_．

答案　{*a*|*a*≤－9}

解析　∵*q*：*x*<1＋*a*或*x*>1－*a*，∴*a*≤0.

∵*p*是*q*的必要条件，∴*q*⇒*p*，

∴解得*a*≤－9.

14．指出下列命题中，*p*是*q*的什么条件？

(1)*p*：*x*2＝2*x*＋1，*q*：*x*＝；(2)*p*：*a*2＋*b*2＝0，*q*：*a*＋*b*＝0；

(3)*p*：(*x*－1)2＋(*y*－2)2＝0，*q*：(*x*－1)(*y*－2)＝0.

解　(1)∵*x*2＝2*x*＋1⇏*x*＝，*x*＝⇒*x*2＝2*x*＋1，∴*p*是*q*的必要条件．

(2)∵*a*2＋*b*2＝0⇒*a*＝*b*＝0⇒*a*＋*b*＝0，*a*＋*b*＝0⇏*a*2＋*b*2＝0，∴*p*是*q*的充分条件．

(3)∵(*x*－1)2＋(*y*－2)2＝0⇒*x*＝1且*y*＝2⇒(*x*－1)·(*y*－2)＝0，

而(*x*－1)(*y*－2)＝0⇏ (*x*－1)2＋(*y*－2)2＝0，∴*p*是*q*的充分条件．

14．已知*p*：－1<*x*<3，若－*a*<*x*－1<*a*是*p*的一个必要条件，求使*a*>*b*恒成立的实数*b*的取值范围．

解　由于*p*：－1<*x*<3，

又由－*a*<*x*－1<*a*，得1－*a*<*x*<1＋*a*，

依题意，得{*x*|－1<*x*<3}⊆{*x*|1－*a*<*x*<1＋*a*}，

所以解得*a*≥2，

则使*a*>*b*恒成立的实数*b*的取值范围是{*b*|*b*<2}．

15　已知*p*：实数*x*满足3*a*<*x*<*a*，其中*a*<0；*q*：实数*x*满足－2≤*x*≤3.若*p*是*q*的充分条件，求实数*a*的取值范围．

解　*p*：3*a*<*x*<*a*，即集合*A*＝{*x*|3*a*<*x*<*a*}．

*q*：－2≤*x*≤3，即集合*B*＝{*x*|－2≤*x*≤3}．

因为*p*⇒*q*，所以*A*⊆*B*，

所以⇒－≤*a*<0，

所以*a*的取值范围是－≤*a*<0.

16已知*P*＝{*x*|*a*－4<*x*<*a*＋4}，*Q*＝{*x*|1<*x*<3}，“*x*∈*P*”是“*x*∈*Q*”的必要条件，则实数*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．

答案　－1≤*a*≤5

解析　因为“*x*∈*P*”是“*x*∈*Q*”的必要条件，所以*Q*⊆*P*，

所以即所以－1≤*a*≤5.

17．(1)是否存在实数*m*，使2*x*＋*m*<0是*x*<－1或*x*>3的充分条件？

(2)是否存在实数*m*，使2*x*＋*m*<0是*x*<－1或*x*>3的必要条件？

解　(1)欲使2*x*＋*m*<0是*x*<－1或*x*>3的充分条件，

则只要⊆{*x*|*x*<－1或*x*>3}，

即只需－≤－1，所以*m*≥2.

故存在实数*m*≥2，使2*x*＋*m*<0是*x*<－1或*x*>3的充分条件．

(2)欲使2*x*＋*m*<0是*x*<－1或*x*>3的必要条件，则只要{*x*|*x*<－1或*x*>3}⊆，

这是不可能的．

故不存在实数*m*，使2*x*＋*m*<0是*x*<－1或*x*>3的必要条件．