**一、三角函数图像及性质问题**

1、（2019·江苏高考模拟）已知函数，．

（1）求函数的单调增区间；

（2）求方程在(0，]内的所有解．

【详解】

（1）由,，解得：,.

∴函数的单调增区间为,

（2）由得，解得：，即,

∵，∴或．

2、（湖南省五市十校教研教改共同体2019届高三12月联考数学）已知向量，，，设函数.

（1）求函数的解析式及单调递增区间；

（2）设，，分别为内角，，的对边，若，，的面积为，求的值.

【解析】（1）.

令，，解得，；

所以函数的单调递増区间为，.

（2），

.

，

，

，即.

由得，

又，

**二、解三角形中的计算问题**

3、（2019·山东高考模拟（理））的内角，，的对边分别为，，，已知，，.

（1）求角；

（2）若点满足，求的长.

【详解】

（1）【解法一】由题设及正弦定理得，

又，

所以.

由于，则.

又因为，

所以.

【解法二】

由题设及余弦定理可得，

化简得.

因为，所以.

又因为，

所以.

（2）【解法1】由正弦定理易知，解得.

又因为，所以，即.

在中，因为，，所以，

所以在中，，，

由余弦定理得，

所以.

【解法2】

在中，因为，，所以，.

由余弦定理得.

因为，所以.

在中，，，

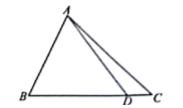
由余弦定理得

所以.

4、（2019·全国高三月考（理））如图，在中，，点

在 边上，且.

（Ⅰ）求的长；（Ⅱ）求的值.



试题解析：

（Ⅰ）在中，∵.∴  .

在中，由正弦定理得，即，解得.

（Ⅱ）∵，∴，解得，∴，在中，，在中，.

5、【五省创优名校2019-2020学年高三上学期全国I卷第二次联考】在 中，角 所对的边分别为 .已知 .

（1）若，求的周长；

（2）若为锐角三角形，求 的取值范围.

【解析】（1）因为，所以，

所以

因为，所以，所以

因为 ，且，所以，即，

则 的周长为

（2）因为 ，所以

则

因为为锐角三角形，所以，所以，

则 ，从而

故的取值范围是

**三、三角形面积和周长问题**

6、（2019年高考全国Ⅲ卷理数）△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，已知．

（1）求*B*；

（2）若△*ABC*为锐角三角形，且*c*=1，求△*ABC*面积的取值范围．

【解析】（1）由题设及正弦定理得．

因为sin*A*0，所以．

由，可得，故．

因为，故，因此*B*=60°．

（2）由题设及（1）知△*ABC*的面积．

由正弦定理得．

由于△*ABC*为锐角三角形，故0°<*A*<90°，0°<*C*<90°，由（1）知*A*+*C*=120°，所以30°<*C*<90°，故，从而．

因此，△*ABC*面积的取值范围是．

7、已知在Δ*ABC*中，角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，且.

（1）求角*B*的大小；

（2）若，求Δ*ABC*周长的最大值.

【解析】（1）由题意得，

所以，

因为，

所以，

所以.

（2）由已知及正、余弦定理得，

整理得，所以.

又由正弦定理得，

所以，

由得，

所以，且，

所以







.

∵，

∴，

∴，

∴，即，

8、（2017·河南郑州一中高考模拟（理））在中，内角对应的三边长分别为，且满足．

（Ⅰ）求角；

（Ⅱ）若，求的取值范围．

试题解析：（Ⅰ）∵，

∴，

∵，∴

∴

（Ⅱ）解法1：由正弦定理得，

∴．

∴



∵，∴，，

所以．

解法2：

∵，∴，

∵，

，即，∵，∴

9、（2019·山东高考模拟（理））在中，是边上的点，，.

（1）求的大小；

（2）若，求的面积.

（1）在中， ，

得

由，得

在中，由正弦定理得，

所以

（2）因为，是锐角，所以

设，在中，

即

化简得：

解得或（舍去）

则

由和互补，得

所以的面积

**四、三角形中线和角平分线问题**

10、（2019·天津高考模拟（理））的内角，，所对的边长分别为，，，且．

（Ⅰ）求角的大小；

（Ⅱ）若角，边上的中线的长为，求的面积．

解：（Ⅰ）∵，

∴．

即．

∴．

则，∴，因为0＜*A*＜π则．

（Ⅱ）由（1）知，所以*AC*＝*BC*，，

设*AC*＝*x*，在△*AMC*中由余弦定理得

即，解得，

故

11、（河北省衡水市衡水中学2019-2020学年高三上学期期中数学试题）已知△*ABC*的面积为，且且.

（1）求角*A*的大小；

（2）设*M*为*BC*的中点，且，∠*BAC*的平分线交*BC*于*N*，求线段*MN*的长度*.*

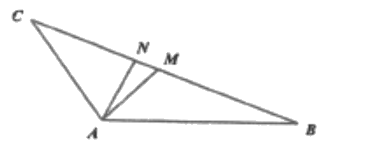
【解析】（1），

又，即，

∴，

又，∴.

（2）如下图所示：



在△*ABC*中，*AM*为中线，∴，

∴，

∴.

由（1）知：，

又，∴，，

由余弦定理可得：，

，

，

又，

∴，又，

∴，

∴.

12、在△中，内角，，的对边分别为，，，且，点在边上，平分．

（1）若，，求；

（2）若，求面积的最小值．

【解析】（1）由得，． 2分

所以，．

因为，所以，又因为，所以．所以，

由正弦定理得，，因此有．

（2）过点D作∥BC交AB于点E，因为BD平分，

所以．

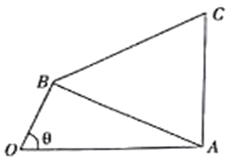
由得，．因为，所以，即，所以．

由得，，故（当时取号）

所以△面积的最大值是．

四边形问题

13、已知四边形*OACB*中，*a*、*b*、*c*分别为的内角*A*、*B*、*C*所对的边长，且满足．



（1）证明：；

（2）若，设，，求四边形*OACB*面积的最大值．

【解析】（1）∵，

∴由正弦定理得，

∴，

∴，

∴，

由正弦定理得：．

（2）∵，，

∴，

∴为等边三角形．

由题意得





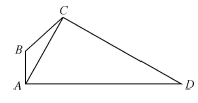
，

∵，

∴，

∴当，即时，有最大值，且最大值为．

14、如图，在四边形eqId5ce7a06ae7a34393b92b5277978ac014中，eqId0f6a53573563422c8d8312ad7d02bcde，eqId445d8e9d6e264ad496892fc95f52033a，eqId348bf2c3045d49f797736d5858af3ce8．

（1）若eqId533df62ef90d416d9bb3c4ef356c460a，求eqId992fe44057cf4492895193f3f5398449的面积；

（2）若eqId87be7daf19f1473095c729bfb771f65c，eqId6fc55bc3e1f241ce9e8b7e20b10b1831，求eqIdbf4db7d066034b139ff80a09ab139d45的长．

【解析】（1）因为eqId0f6a53573563422c8d8312ad7d02bcde，eqId348bf2c3045d49f797736d5858af3ce8，eqId533df62ef90d416d9bb3c4ef356c460a，

所以eqIdbfd66d63ef664247b041309c656c5dcd，即eqId2e2a65e3f58e4984bb1a71b5ba355909，

解得eqIdfe737ff044dd42c1bba7c0bd71ecb93b，所以eqId69058b5c0f1b4cd6b2bc226550b3b6fd．

（2）设eqIdfaeb43846af94280900205197e9e3788，eqId264eda0150bd4044948850f17441b6bb，则eqIdd0b8e0f7783b440dab2c32f6ffa1d061，

在eqId992fe44057cf4492895193f3f5398449中，由正弦定理得：eqIdcbc030ec6655423d9f9c0c03137fdd91，故eqId9006629b0a124addb3d7197e2bb7eeb2；

在eqIdbe477f7867bc449ea2202473f2b20dbd中，eqId06e5e862d7814522813af94e03824f63，所以eqIda3a5717159644a63bf032db5a6d6da7c．

即eqId78f1f332985242cb995c67533225ce2b，化简得：eqIdde2a17a8e7f64a63a9a07ee71ea06e15，

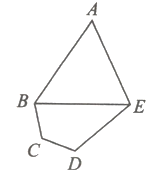
所以eqIdfd3305f5547d4839b7c191be5273ce58，所以eqId32c6f74b48914eb5a00b91231e98b072，eqIdc5a0d924af0a45a0b926939951c89f60，

所以在eqIdbe477f7867bc449ea2202473f2b20dbd中，eqId3eef64fe140e4349959215370d4d7a7f．

即eqId10a92f6fb6f24c3299ee54f7f0e2a40b，解得eqId3c46f3579c864366b4f48c725da81392或eqIdd990830b0c164d7997608eb8c59ed88b（舍）．

**五、三角函数与解三角形中的数学建模问题**

15【陕西省榆林市2019届高考模拟第一次测试】西北某省会城市计划新修一座城市运动公园,设计平面如图所示：其为五边形,其中三角形区域为球类活动场所；四边形为文艺活动场所,,为运动小道（不考虑宽度）,,千米.



（1）求小道的长度；

（2）求球类活动场所的面积最大值.

【解析】（1）在三角形中,千米,,

由余弦定理得：,

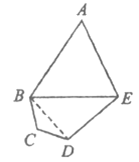
所以

∵,,∴

∵,∴

在中,（千米）

∴小道的长度为千米；



（2）如图所示,设,∵,

∴

在三角形中,由正弦定理可得：,

∴,,

∴

,

,

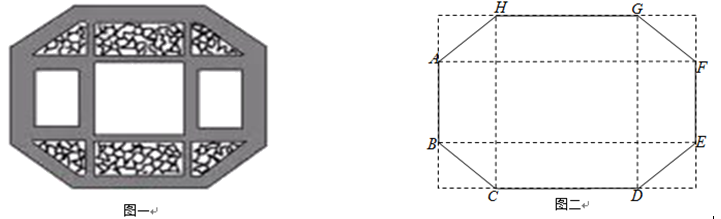
,

∵,∴,

故当时,取得最大值,最大值为.

∴球类活动场所的面积最大值为平方千米.

16、【江苏省常州市2019届高三上学期期末】某公园要设计如图所示的景观窗格（其结构可以看成矩形在四个角处对称地截去四个全等的三角形所得,如图二中所示多边形）,整体设计方案要求:内部井字形的两根水平横轴米,两根竖轴米,记景观窗格的外框（如图二实线部分,轴和边框的粗细忽略不计）总长度为米.



（1）若,且两根横轴之间的距离为米,求景观窗格的外框总长度；

（2）由于预算经费限制,景观窗格的外框总长度不超过米,当景观窗格的面积（多边形的面积）最大时,给出此景观窗格的设计方案中的大小与的长度.

【【解析】本题考查了解三角形的应用,体现了数学建模核心素养.

（1）米,,

则米,米,

故总长度米；

答：景观窗格的外框总长度为米；

（2）设,景观窗格的面积为,

则

,

,当且仅当即时取等

,

,

由知：,

答：当景观窗格的面积最大时,的长度为米.