泉州七中2020级高一上学期数学限时训练(4) 2020-11-5

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 答案 | D | B | C | A | A | B | A | B | AC | ABD | BCD | BC |

1. 若函数$f(x)=x^{2}+(a-2)x+1$为偶函数，$g(x)=\frac{x-3+b}{x^{2}+2}$为奇函数，则$a+b$的值为$( D   )$

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【答案】*D*

【解析】解：由$f(x)=x^{2}+(a-2)x+1$为偶函数可得$a-2=0$即$a=2$，
由$g(x)=\frac{x-3+b}{x^{2}+2}$为奇函数，可得$g(0)=\frac{b-3}{2}=0$，
则$b=3$，
则$a+b=5$．
故选：*D*．

2. 已知函数*f*(*x*)＝*ax*(*a*>0且*a*≠1)在(0,2)内的值域是(1，*a*2)，则函数*y*＝*f*(*x*)的图象大致是(　　B )



选B　函数*f*(*x*)＝*ax*(*a*>0且*a*≠1)在(0,2)内的值域是(1，*a*2)，则由指数函数是单调函数，有*a*>1.由底数大于1的指数函数是增函数，且在*x*轴上方，可知B正确．故选B.

3. 若$a>0$，$b>0$，$a+2b=1$，则$\frac{2}{a}+\frac{3a+1}{b}$的最小值为$(C    )$

A. 8 B. 6 C. 12 D. 9

【答案】*C*

【解析】解：$\frac{2}{a}+\frac{3a+1}{b}=\frac{2a+4b}{a}+\frac{3a+a+2b}{b}=4+\frac{4b}{a}+\frac{4a}{b}\geq 4+2\sqrt{\frac{4b}{a}×\frac{4a}{b}}=12.($当且仅当$a=b$时取“$=$”$)$．
故选：*C*．
由题意可得解：$\frac{2}{a}+\frac{3a+1}{b}=\frac{2a+4b}{a}+\frac{3a+a+2b}{b}=4+\frac{4b}{a}+\frac{4a}{b}$，由基本不等式可得，注意等号成立的条件即可．本题考查了基本不等式的性质，属于基础题．

1. 已知函数$f(x)=\frac{ax+1}{x+2}$在区间$(-2,+\infty )$上是增函数，则实数*a*的取值范围$(  A  )$

A. $a>\frac{1}{2}$ B. $a\leq -\frac{1}{2}$ C. $a\leq \frac{1}{2}$ D. $a\geq -\frac{1}{2}$

【答案】*A*

【解析】解：$f'(x)=\frac{a(x+2)-(ax+1)}{(x+2)^{2}}=\frac{2a-1}{(x+2)^{2}}$，
因为$f(x)$在$(-2,+\infty )$上是增函数，
所以$f'(x)\geq 0$恒成立，即$2a-1\geq 0$，解得$a\geq \frac{1}{2}$，
又当$a=\frac{1}{2}$时，$f(x)=\frac{1}{2}$不单调，
故实数*a*的取值范围是$a>\frac{1}{2}$，
故选：*A*．
由$f(x)$在$(-2,+\infty )$上是增函数，得$f'(x)\geq 0$在$(-2,+\infty )$上恒成立，由此可求*a*的范围，注意检验函数是否为常函数．
本题考查函数的单调性及导数与函数单调性的关系，考查转化思想，本题易忽略检验$a=\frac{1}{2}$的情形

5. 若对任意的*x*大于0，不等式$x^{2}-ax+2>0$恒成立，则实数*a*的取值范围为$(  A  )$

A. $a<2\sqrt{2}$ B. $-2\sqrt{2}<a<2\sqrt{2}$
C. $a>2\sqrt{2}$ D. $a<-2\sqrt{2}$或$a>2\sqrt{2}$

【答案】*A*

【解析】解：$x>0$时，不等式$x^{2}-ax+2>0$化为$x^{2}+2>ax$，
即$a<x+\frac{2}{x}$；
又$x+\frac{2}{x}\geq 2\sqrt{x⋅\frac{2}{x}}=2\sqrt{2}$，
当且仅当$x=\frac{2}{x}$，即$x=\sqrt{2}$时取“$=$”；
所以实数*a*的取值范围是$a<2\sqrt{2}$．
故选：*A*．
把不等式化为$a<x+\frac{2}{x}$，求出$x+\frac{2}{x}$的最小值，即可求得实数*a*的取值范围．
本题考查了不等式的解法与应用问题，是基础题．

6. 已知符号函数$sgnx=\left\{\begin{matrix}1,x>0,\\0,x=0,\\-1,x<0,\end{matrix}\right.f(x)$是*R*上的增函数，$g(x)=f(x)-f(ax)(a>1)$，则$(B$   $)$

A. $sgn[g(x)]=sgn x$ B. $sgn[g(x)]=-sgn x$
C. $sgn[g(x)]=sgn[f(x)]$ D. $sgn[g(x)]=-sgn[f(x)]$

【答案】*B*

【解析】

【分析】
本题考查分段函数，函数的单调性，考查分类讨论思想，属于中档题．
对*x*进行分类讨论，分别求出$sgn[g(x)]$与$sgn x$，即可得到答案．
【解答】
解：当$x>0$时，$x<ax$，由单调性知$g(x)<0$，此时$sgn[g(x)]=-1=-sgn x$；
当$x=0$时，$g(x)=0$，此时$sgn[g(x)]=0=-sgnx$；
当$x<0$时，$x>ax$，由单调性知$g(x)>0$，此时$sgn[g(x)]=1=-sgn x$，
所以$sgn[g(x)]=-sgn x$．
故选：*B*．

7.设函数$f(x)=x^{3}-\frac{1}{x^{3}}$，则$f(x)( A   )$

A. 是奇函数，且在$(0,+\infty )$单调递增
B. 是奇函数，且在$(0,+\infty )$单调递减
C. 是偶函数，且在$(0,+\infty )$单调递增
D. 是偶函数，且在$(0,+\infty )$单调递减

【答案】*A*

【解析】【分析】
本题主要考查了函数奇偶性及单调性的判断，属于基础题．
先检验$f(-x)$与$f(x)$的关系即可判断奇偶性，然后结合幂函数的性质可判断单调性．
【解答】
解：因为$f(x)=x^{3}-\frac{1}{x^{3}}$，
则$f(-x)=-x^{3}+\frac{1}{x^{3}}=-f(x)$，即$f(x)$为奇函数，
根据幂函数的性质可知，$y=x^{3}$在$(0,+\infty )$为增函数，故$y\_{1}=\frac{1}{x^{3}}$在$(0,+\infty )$为减函数，$y\_{2}=-\frac{1}{x^{3}}$在$(0,+\infty )$为增函数，
所以当$x>0$时，$f(x)=x^{3}-\frac{1}{x^{3}}$单调递增，
故选：*A*．
8. 加工爆米花时，爆开且不糊的粒数占加工总粒数的百分比称为“可食用率”，在特定条件下，可食用率*p*与加工时间$t($单位：分钟$)$满足函数关系$p=at^{2}+bt+c(a,$*b*，*c*是常数$)$，如图记录了三次实验的数据，根据上述函数模型和实验数据，可以得到最佳加工时间为$(  B  )$

A. $3.50$分钟 B. $3.75$分钟 C. $4.00$分钟 D. $4.25$分钟

【答案】*B*

【解析】解：将$(3,0.7)$，$(4,0.8)$，$(5,0.5)$分别代入$p=at^{2}+bt+c$，可得$\left\{\begin{matrix}0.7=9a+3b+c\\0.8=16a+4b+c\\0.5=25a+5b+c\end{matrix}\right.$，
解得$a=-0.2$，$b=1.5$，$c=-2$，
$∴p=-0.2t^{2}+1.5t-2$，对称轴为$t=-\frac{1.5}{2×(-0.2)}=3.75$．
故选：*B*．
由提供的数据，求出函数的解析式，由二次函数的图象与性质可得结论．
本题考查了二次函数模型的应用，考查利用二次函数的图象与性质求函数的最值问题，确定函数模型是关键．

9.（多选题）中国传统文化中很多内容体现了数学的对称美，如图，太极图是由黑白两个鱼形纹组成的圆形图案，俗称阴阳鱼，它充分展现了相互转化、对称统一的形式美、和谐美。给出定义：能够将圆*O*的周长和面积同时平分的函数称为这个圆的“优美函数”，下列命题正确的是（ AC ）．

A.对于任意一个圆*O*，其“优美函数”有无数个；

B.函数不能同时成为无数个圆的“优美函数”；

C.函数y=1可以同时是无数个圆的“优美函数”；

D.对于圆心位于原点的一个圆，它的所有非常数函数的太极函数中，一定不能为偶函数.

解析：D错误，反例图

10. （多选题）用列表法将函数表示为如下表，则ABD

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* | －1 | 2 | 5 |
| f(x) | -1 | 0 | 1 |

1. 函数f(x)的对称中心是(2, 0). B. 为奇函数.

C.函数为偶函数. D.函数为偶函数.

11. （多选题）已知函数是定义域为*R*的奇函数，当时，f(x)=x2－2x－3．

下列命题正确的是( BCD )

A. f(0)=3

B. f(1)= －4

C. x<0时，f(x)= －x2－2x＋3．

D. 若关于*x*的方程f(x)= *a*+1有三个不同的解，则*a*.

12. （多选题）下列说法正确的是（ BC ）．

A. ，则函数f(x)的最小值为4 .

B. 化简 *·* (其中*a*>0，*b*>0) 的结果是 .

C. 若幂函数*f*(*x*)＝ (*m*∈N) 是偶函数，且在(0，＋∞)上是减函数，则*m*＝0.

D. 定义在*R*上的单调函数满足，且对任意*x*、都有,

则函数在*R*上单调递增且为偶函数.

解析：D错误，正确是：函数在*R*上单调递增且为奇函数.

1. 已知函数在区间上不单调，则实*数a*的取值范围是\_\_\_\_．

【答案】

【解析】解：根据题意，函数，
当时，，在区间上是减函数，不符合题意；
当时，，若在区间上不单调，
必有，
解可得：，
即*a*的取值范围为；
故答案为：．
根据题意，分2种情况讨论：当时，，易得此时不符合题意，当时，，结合二次函数的性质分析求出*a*的取值范围，综合即可得答案．
本题考查函数单调性的定义以及应用，注意分析*a*的取值范围，属于基础题．

1. 函数的定义域是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，f(x)的增区间是 .

答案: (-2,3), (0.5 , 3)

1. 若，则= ，\_\_\_\_\_\_．

【答案】7, 4

【解析】解：![∵ (a^{ \frac {3}{2}}-a^{- \frac {3}{2}})^{2} =a ^{3} +a ^{-3} -2=(a+a ^{-1} )(a ^{2} +a ^{-2} -1)-2=3[(a+a ^{-1} ) ^{2} -3]-2=16]()，
又，，
，先利用立方和公式求出的值，再得到的值即可．
本题主要考查了有理数指数幂的运算，考查了学生的计算能力，是基础题．

1. 已知函数是*R*上的增函数，则*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】![[-3 , -2]]()

【解析】解：要使函数在*R*上为增函数，须有在![(-∞ , 1]]()上递增，在上递增，
且， 所以有，解得，*a*的取值范围为![[-3 , -2]]()．
故答案为：![[-3 , -2]]()．
要使函数在*R*上为增函数，须有在![(-∞ , 1]]()上递增，在上递增，且，由此可得不等式组，解出即可．
本题考查函数的单调性，考查学生解决问题的能力，属中档题．

（附加题）高斯是德国著名的数学家，近代数学奠基者之一，享有“数学王子”的称号，他和阿基米德、牛顿、欧拉并列为世界四大数学家．用其名字命名的“高斯函数”为![y=\left[ x \right]]()，其中，![\left[ x \right]]()表示不超过*x*的最大整数，例如：![\left[ -3.5 \right]=-4]()，![\left[ 2.1 \right]=2 .]()已知函数，则函数![y=\left[ f\left( x \right) \right]]()的值域是 .

【答案】

【分析】本题主要考查函数的值域，涉及到数学文化，属于基础题．
根据题意，先用分离常数法求解的值域，结合“高斯函数”定义，讨论![y=[f(x)]]()的值域．
【解答】解：，
，
当时，![[f(x)]=-1;]()
当时，![[f(x)]=0]()，
函数![y=[f(x)]]()的值域为，