泉州七中 2020 级高一上学期数学限时训练（2） 2020-10-16

班级____ 姓名__________座号____

1.如果 a，b，c 满足 $c<b<a$ 且 $ac<0$，则下列选项中不一定成立的是(　　)

A．$ab>ac$　B．$c(b-a)>0$　C．$cb^2<ab^2$　D．$ac(a-c)<0$

2．设 $a=\sqrt{2}$，$b=\sqrt{7}-\sqrt{3}$，$c=\sqrt{6}-\sqrt{2}$，则 a，b，c 的大小关系为(　　)

A．$a>b>c$　B．$a>c>b$　C．$b>a>c$　D．$b>c>a$

3．不等式 $9x^2+6x+1\leqslant 0$ 的解集是(　　)

A.$\left\{x\middle|x\neq-\frac{1}{3}\right\}$　B．$\left\{x\middle|-\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant\frac{1}{3}\right\}$　C．$\varnothing$　D．$\left\{x\middle|x=-\frac{1}{3}\right\}$

4．不等式$\frac{(x-2)^2(x-3)}{x+1}<0$的解集为(　　)

A．$\{x|-1<x<2$ 或 $2<x<3\}$　B．$\{x|1<x<3\}$　C．$\{x|2<x<3\}$　D．$\{x|-1<x<2\}$

5．不等式组$\begin{cases}x-1>a^2,\\x-4<2a\end{cases}$有解，则实数 a 的取值范围是(　　)

A．$-1<a<3$　B．$a<-1$ 或 $a>3$　C．$-3<a<1$　D．$a<-3$ 或 $a>1$

6.已知$(a^2-1)x^2-(a-1)x-1<0$ 的解集是 $\mathbf{R}$，则实数 a 的取值范围是(　　)

A. $a<-\frac{3}{5}$或 $a>1$　B. $-\frac{3}{5}<a<1$　C. $-\frac{3}{5}<a\leqslant 1$ 或 $a=-1$　D. $-\frac{3}{5}<a\leqslant 1$

7．已知一个函数的解析式为 $y=x^2$，它的值域为$\{1,4\}$，这样的函数有(　　)

A．6 个　B．8 个　C．9 个　D．10 个

8．二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$，a 为正整数，$c\geqslant 1$，$a+b+c\geqslant 1$，方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个小于 1 的不等正根，则 a 的最小值是(　　).

A．3　B．4　C．5　D．6

9．下列函数满足 $f(2x)=2f(x)$的是(　　)

A．$f(x)=|x|$　B．$f(x)=x-|x|$　C．$f(x)=2x+1$　D．$f(x)=-x$

10.下列表示 y 关于 x 的函数的是(　　)

A．$y=x^2$　B．$y^2=x$　C．$|y|=x$　D．$|y|=|x|$

11.已知 $a\in\mathbf{Z}$,关于 x 的一元二次不等式 $x^2-6x+a\leqslant 0$ 的解集中有且仅有 3 个整数,则 a 的值可以是(　　)

A．6　B．7　C．8　D．9

12．若不等式 $ax^2-bx+c>0$ 的解集是$(-1,2)$，则下列选项正确的是(　　)

A．$b<0$ 且 $c>0$　B．$a-b+c>0$

C．$a+b+c>0$　D．不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是$\{x|-2<x<1\}$

13.若 $0<a<1$，则不等式$(a-x)\left(x-\frac{1}{a}\right)>0$ 的解集是________.

14.当 $1<x<2$ 时，不等式 $x^2+mx+4<0$ 恒成立，则 m 的取值范围是________.

14-1.若关于 x 的不等式 $x^2-4x-2-a>0$ 在区间(1，4)内有解，则实数 a 的取值范围是_______.

14-2.设不等式 $x^2-2ax+a+2\leqslant 0$ 的解集为 A，若 $A\subseteq\{x|1\leqslant x\leqslant 3\}$，则 a 的取值范围为_______.

14-3 诗句“横看成岭侧成峰，远近高低各不同”，可以形象地说明同一事物从不同角度看可能会有不同的认识. 在数学的解题中，若能恰当地改变分析问题的角度，往往会有“山穷水尽疑无路，柳暗花明又一村”的豁然开朗之感. 关于数学问题“对任意 $a\in[-1,1]$，不等式 $x^2+ax-2\leqslant 0$ 恒成立，求实数 x 的取值范围”，有一种参考解答如下：令 $f(a)=xa+(x^2-2)$，因为对任意 $a\in[-1,1]$，不等式 $x^2+ax-2\leqslant 0$ 恒成立，所以$\begin{cases}f(-1)=x^2-x-2\leqslant 0,\\ f(1)=x^2+x-2\leqslant 0,\end{cases}$解得 $-1\leqslant x\leqslant 1$.

受上述参考解答的启发，可解得关于 x 的方程 $x^3-ax^2-x-(a^2+a)=0(a<0)$ 的实数根为 __________.

15.已知函数 $f(x)=\dfrac{x^2+ax+11}{x+1}(a\in\mathbf{R})$，若对于任意的 $x\in\mathbf{N}^*$，$f(x)\geqslant 3$ 恒成立，则 a 的取值范围是________.

16.不等式 $x^2+8y^2\geqslant\lambda y(x+y)$对于任意的 x，$y\in\mathbf{R}$ 恒成立，则实数 λ 的取值范围为________.

17.已知 $f(x)=-4x^2+4ax-4a-a^2$ 在[0,1]内的最大值为-5，求 a 的值.

泉州七中 2020 级高一上学期数学限时训练（2） 2020-10-16

班级____ 姓名___________座号____

1.如果 a，b，c 满足 $c<b<a$ 且 $ac<0$，则下列选项中不一定成立的是(　　)

A．$ab>ac$　　B．$c(b-a)>0$　　C．$cb^2<ab^2$　　D．$ac(a-c)<0$

1.C　[$c<b<a$，$ac<0 \Rightarrow a>0$，$c<0$.对于 A：$\left.\begin{matrix} b>c \\ a>0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow ab>ac$，A 正确.

对于 B：$\left.\begin{matrix} b<a \Rightarrow b-a<0 \\ c<0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow c(b-a)>0$，B 正确．对于 C：$\left.\begin{matrix} c<a \\ b^2 \geqslant 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow cb^2 \leqslant ab^2 \not\Longrightarrow cb^2<ab^2$，C 错，即 C 不一定成立．对于 D：$ac<0$，$a-c>0 \Rightarrow ac(a-c)<0$，D 正确，故选 C.]

式真假的判断，要依靠其适用范围和条件来确定，举反例是判断命题为假的一个好方法，用特例法验证时要注意，适合的不一定对，不适合的一定错，故特例只能否定选择项，只要四个中排除了三个，剩下的就是正确答案了.

1-1．若 $a>b>c$ 且 $a+b+c=0$，则下列不等式中正确的是(　　)

A．$ab>ac$　　B．$ac>bc$　　C．$a|b|>c|b|$　　D．$a^2>b^2>c^2$

A　[由 $a>b>c$ 及 $a+b+c=0$ 知 $a>0$，$c<0$，

又∵$a>0$，$b>c$，∴$ab>ac$.故选 A.]

2．设 $a=\sqrt{2}$，$b=\sqrt{7}-\sqrt{3}$，$c=\sqrt{6}-\sqrt{2}$，则 a，b，c 的大小关系为(　B　)

A．$a>b>c$　　B．$a>c>b$　　C．$b>a>c$　　D．$b>c>a$

解析：由题意可计算出 $a=\dfrac{4}{2\sqrt{2}}$，$b=\dfrac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$，$c=\dfrac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$，

由于 $\sqrt{7}+\sqrt{3}>\sqrt{6}+\sqrt{2}>2\sqrt{2}$，则 $b<c<a$.

3．不等式 $9x^2+6x+1\leqslant 0$ 的解集是(　　)

A.$\left\{x \middle| x\neq -\dfrac{1}{3}\right\}$　B．$\left\{x \middle| -\dfrac{1}{3}\leqslant x\leqslant \dfrac{1}{3}\right\}$　C．$\varnothing$　D．$\left\{x \middle| x=-\dfrac{1}{3}\right\}$

3.D　[$(3x+1)^2\leqslant 0$，∴$3x+1=0$，∴$x=-\dfrac{1}{3}$.]

3-1．不等式 $mx^2-ax-1>0(m>0)$的解集可能是(　　)

A.$\left\{x \middle| x<-1\text{或}x>\dfrac{1}{4}\right\}$　　B．$\mathbf{R}$　　C.$\left\{x \middle| -\dfrac{1}{3}<x<\dfrac{3}{2}\right\}$　　D．$\varnothing$

A　[因为 $\Delta=a^2+4m>0$，所以函数 $y=mx^2-ax-1$ 的图象与 x 轴有两个交点，又 $m>0$，所以原不等式的

解集不可能是 B、C、D，故选 A.]

4．不等式$\frac{(x-2)^2(x-3)}{x+1}<0$ 的解集为(　　)

A．$\{x|-1<x<2$ 或 $2<x<3\}$　B．$\{x|1<x<3\}$　C．$\{x|2<x<3\}$　D．$\{x|-1<x<2\}$

4.A　[原不等式$\Leftrightarrow\begin{cases}(x+1)(x-3)<0,\\ x-2\neq 0,\end{cases}$　∴ $-1<x<3$ 且 $x\neq 2$.]

5．不等式组$\begin{cases}x-1>a^2,\\ x-4<2a\end{cases}$　有解，则实数 a 的取值范围是(　　)

A．$-1<a<3$　B．$a<-1$ 或 $a>3$　C．$-3<a<1$　D．$a<-3$ 或 $a>1$

A　[由题意得，$a^2+1<x<4+2a$.∴只须 $4+2a>a^2+1$，即 $a^2-2a-3<0$，∴ $-1<a<3$.]

6.已知$(a^2-1)x^2-(a-1)x-1<0$ 的解集是 **R**，则实数 a 的取值范围是(　D)

A. $a<-\frac{3}{5}$或 $a>1$　B. $-\frac{3}{5}<a<1$　C. $-\frac{3}{5}<a\leqslant 1$ 或 $a=-1$　D. $-\frac{3}{5}<a\leqslant 1$

答案：D 解析：①当 $a=1$ 时，原不等式化为 $-1<0$，恒成立，故 $a=1$ 符合题意．

②当 $a=-1$ 时，原不等式化为 $2x-1<0$，不恒成立，∴$a=-1$ 不合题意．

③当 $a^2-1\neq 0$ 时，依题意，有$\begin{cases}a^2-1<0,\\ \Delta=[-(a-1)]^2+4(a^2-1)<0.\end{cases}$　解得 $-\frac{3}{5}<a<1$.

综合①②③可知，a 的取值范围是 $-\frac{3}{5}<a\leqslant 1$.

7．已知一个函数的解析式为 $y=x^2$，它的值域为$\{1,4\}$，这样的函数有(　　)

A．6 个　B．8 个　C．9 个　D．10 个

7.C　[因为一个函数的解析式为 $y=x^2$，它的值域为$\{1,4\}$，所以函数的定义域可以为$\{1,2\}$，$\{-1,2\}$，$\{1,-2\}$，$\{-1,-2\}$，$\{1,-1,2\}$，$\{-1,1,-2\}$，$\{1,2,-2\}$，$\{-1,2,-2\}$，$\{1,-1,-2,2\}$，共 9 种可能，故这样的函数共 9 个．]

8．二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$，a 为正整数，$c\geqslant 1$，$a+b+c\geqslant 1$，方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个小于 1 的不等正根，则 a 的最小值是(　　).

A．3　B．4　C．5　D．6

解析　由题意得 $f(0)=c\geq 1$，$f(1)=a+b+c\geq 1$.当 a 越大，$y=f(x)$的开口越小，当 a 越小，$y=f(x)$的开口越大，而 $y=f(x)$的开口最大时，$y=f(x)$过(0,1)，(1,1)，则 $c=1$，$a+b+c=1$.$a+b=0$，$a=-b$，$-\frac{b}{2a}=\frac{1}{2}$，又 $b^2-4ac>0$，$a(a-4)>0$，$a>4$，由于 a 为正整数，即 a 的最小值为 5.

答案　C

9．下列函数满足 $f(2x)=2f(x)$的是(　　)

A．$f(x)=|x|$　　　　B．$f(x)=x-|x|$　　C．$f(x)=2x+1$　　D．$f(x)=-x$

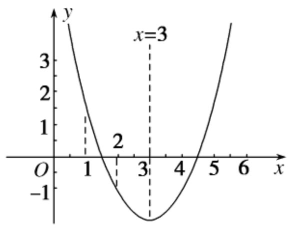
9.ABD　[对于 A.$f(2x)=|2x|=2|x|=2f(x)$；对于 B，$f(2x)=2x-|2x|=2(x-|x|)=2f(x)$；对于 C，$f(2x)=4x+1\neq 2f(x)$；对于 D，$f(2x)=-2x=2f(x)$．]

10.下列表示 y 关于 x 的函数的是(　　)

A．$y=x^2$　B．$y^2=x$　　C．$|y|=x$　　D．$|y|=|x|$　**A**　[结合函数的定义可知 A 正确，

11．已知 $a\in\mathbf{Z}$，关于 x 的一元二次不等式 $x^2-6x+a\leq 0$ 的解集中有且仅有 3 个整数，则 a 的值可以是(　　)A．6　　B．7　　C．8　　D．9

11．解析：设 $y=x^2-6x+a$，其图象为开口向上，对称轴是 $x=3$ 的抛物线，如图所示．



11.若关于 x 的一元二次不等式 $x^2-6x+a\leq 0$ 的解集中有且仅有 3 个整数，因为对称轴为 $x=3$，则 $\begin{cases}2^2-6\times 2+a\leq 0\\1^2-6\times 1+a>0\end{cases}$ 解得 $5<a\leq 8$，又 $a\in\mathbf{Z}$，故 a 可以为 6,7,8.故选 ABC.

12．若不等式 $ax^2-bx+c>0$ 的解集是$(-1,2)$，则下列选项正确的是(　　)

A．$b<0$ 且 $c>0$　B．$a-b+c>0$　C．$a+b+c>0$　D．不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是$\{x|-2<x<1\}$

12.ABD　[对于 A，$a<0$，$-1,2$ 是方程 $ax^2-bx+c=0$ 的两个根，所以 $-1+2=1=\frac{b}{a}$，$-1\times 2=\frac{c}{a}$，所以 $b=a$，$c=-2a$，所以 $b<0$，$c>0$，所以 A 正确；

令 $y=ax^2-bx+c$，对于 B，由题意可知当 $x=1$ 时，$=a-b+c>0$，所以 B 正确；

对于 C，当 $x=-1$ 时，$a+b+c=0$，所以 C 错误；对于 D，因为对于方程 $ax^2+bx+c=0$，设其两根为 x_1，x_2，所以 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}=-1$，$x_1x_2=\frac{c}{a}=-2$，所以两根分别为 -2 和 1.所以不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是$\{x|-2<x<1\}$，所以 D 正确．]

13．若 $0<a<1$，则不等式 $(a-x)\left(x-\frac{1}{a}\right)>0$ 的解集是________.

13.$\left\{x\,\middle|\,a<x<\frac{1}{a}\right\}$ [原不等式为 $(x-a)\left(x-\frac{1}{a}\right)<0$，由 $0<a<1$，得 $a<\frac{1}{a}$，$\therefore a<x<\frac{1}{a}$.]

14.当 $1<x<2$ 时，不等式 $x^2+mx+4<0$ 恒成立，则 m 的取值范围是________.

14.当 $x\in(1,2)$时，不等式 $x^2+mx+4<0$ 恒成立，则 m 的取值范围是________. **答案** $(-\infty，-5]$

解析 方法一 ∵不等式 $x^2+mx+4<0$ 对 $x\in(1,2)$恒成立，

$\therefore mx<-x^2-4$ 对 $x\in(1,2)$恒成立，即 $m<-(x+\frac{4}{x})$对 $x\in(1,2)$恒成立，

令 $y=x+\frac{4}{x}$，则函数 $y=x+\frac{4}{x}$在 $x\in(1,2)$上是减函数．$\therefore 4<y<5$，$\therefore -5<-(x+\frac{4}{x})<-4$，$\therefore m\leqslant-5$.

方法二 设 $f(x)=x^2+mx+4$，当 $x\in(1,2)$时，$f(x)<0$ 恒成立$\Leftrightarrow\begin{cases}f(1)\leqslant0,\\f(2)\leqslant0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m\leqslant-5,\\m\leqslant-4\end{cases}\Rightarrow m\leqslant-5$.

14-1.若关于 x 的不等式 $x^2-4x-2-a>0$ 在区间$(1,4)$内有解，则实数 a 的取值范围是______.

A.$(-\infty，-2)$ B.$(-2，+\infty)$ C.$(-6，+\infty)$ D.$(-\infty，-6)$

解析 不等式 $x^2-4x-2-a>0$ 在区间$(1，4)$内有解等价于 $a<(x^2-4x-2)_{max}$，

令 $f(x)=x^2-4x-2$，$x\in(1，4)$，所以 $f(x)<f(4)=-2$，所以 $a<-2$.**答案** A

14-2．设不等式 $x^2-2ax+a+2\leqslant0$ 的解集为 A，若 $A\subseteq\{x|1\leqslant x\leqslant3\}$，则 a 的取值范围为_______.

$-1<a\leqslant\frac{11}{5}$ [设 $y=x^2-2ax+a+2$，因为不等式 $x^2-2ax+a+2\leqslant0$ 的解集为 A，且 $A\subseteq\{x|1\leqslant x\leqslant3\}$，

所以对于方程 $x^2-2ax+a+2=0$，

若 $A=\varnothing$，则 $\Delta=4a^2-4(a+2)<0$，即 $a^2-a-2<0$，解得 $-1<a<2$.

若 $A\neq\varnothing$，则$\begin{cases}\Delta=4a^2-4(a+2)\geqslant0，\\1^2-2a+a+2\geqslant0，\\3^2-3\times2a+a+2\geqslant0，\\1\leqslant a\leqslant3，\end{cases}$ 即$\begin{cases}a\geqslant2或a\leqslant-1，\\a\leqslant3，\\a\leqslant\frac{11}{5}，\\1\leqslant a\leqslant3，\end{cases}$ 所以 $2\leqslant a\leqslant\frac{11}{5}$.

综上，a 的取值范围为 $-1<a\leqslant\frac{11}{5}$.]

14-3

诗句“横看成岭侧成峰，远近高低各不同”，可以形象地说明同一事物从不同角度看可能会有不同的认识．在数学的解题中，若能恰当地改变分析问题的角度，往往会有“山穷水尽疑无路，柳暗花明又一村”的豁然开朗之感．关于数学问题“对任意 $a\in[-1,1]$，不等式 $x^2+ax-2\leqslant 0$ 恒成立，求实数 x 的取值范围”，有一种参考解答如下：令 $f(a)=xa+(x^2-2)$，因为对任意 $a\in[-1,1]$，不等式 $x^2+ax-2\leqslant 0$ 恒成立，所以 $\begin{cases} f(-1)=x^2-x-2\leqslant 0, \\ f(1)=x^2+x-2\leqslant 0, \end{cases}$ 解得 $-1\leqslant x\leqslant 1$.

受上述参考解答的启发，可解得关于 x 的方程 $x^3-ax^2-x-(a^2+a)=0(a<0)$ 的实数根为________.

$x_1=a+1, x_2=\dfrac{-1+\sqrt{1-4a}}{2}, x_3=\dfrac{-1-\sqrt{1-4a}}{2}$.

15.已知函数 $f(x)=\dfrac{x^2+ax+11}{x+1}(a\in\mathbf{R})$，若对于任意的 $x\in\mathbf{N}^*$，$f(x)\geqslant 3$ 恒成立，则 a 的取值范围是________.

解析　对任意 $x\in\mathbf{N}^*$，$f(x)\geqslant 3$，即 $\dfrac{x^2+ax+11}{x+1}\geqslant 3$ 恒成立，即 $a\geqslant -\left(x+\dfrac{8}{x}\right)+3$.

设 $g(x)=x+\dfrac{8}{x}$，$x\in\mathbf{N}^*$，则 $g(x)=x+\dfrac{8}{x}\geqslant 4\sqrt{2}$，当 $x=2\sqrt{2}$ 时等号成立，又 $g(2)=6$，$g(3)=\dfrac{17}{3}$，

$\because g(2)>g(3)$，$\therefore g(x)_{\min}=\dfrac{17}{3}$．$\therefore -\left(x+\dfrac{8}{x}\right)+3\leqslant -\dfrac{8}{3}$，$\therefore a\geqslant -\dfrac{8}{3}$，故 a 的取值范围是 $\left[-\dfrac{8}{3},+\infty\right)$.

16．不等式 $x^2+8y^2\geqslant\lambda y(x+y)$ 对于任意的 x，$y\in\mathbf{R}$ 恒成立，则实数 λ 的取值范围为________.

16.$-8\leqslant\lambda\leqslant 4$　[因为 $x^2+8y^2\geqslant\lambda y(x+y)$ 对于任意的 x，$y\in\mathbf{R}$ 恒成立，

所以 $x^2+8y^2-\lambda y(x+y)\geqslant 0$ 对于任意的 x，$y\in\mathbf{R}$ 恒成立，即 $x^2-\lambda yx+(8-\lambda)y^2\geqslant 0$ 恒成立，

由二次不等式的性质可得，$\Delta=\lambda^2y^2+4(\lambda-8)y^2=y^2(\lambda^2+4\lambda-32)\leqslant 0$，

所以 $(\lambda+8)(\lambda-4)\leqslant 0$，解得 $-8\leqslant\lambda\leqslant 4$.]

17．已知 $f(x)=-4x^2+4ax-4a-a^2$ 在 $[0,1]$ 内的最大值为 -5，求 a 的值.

解　$f(x)=-4\left(x-\dfrac{a}{2}\right)^2-4a$，对称轴为 $x=\dfrac{a}{2}$，

①当 $\dfrac{a}{2}\geqslant 1$，即 $a\geqslant 2$ 时，$f(x)$ 在 $[0,1]$ 上递增，$\therefore f(x)_{\max}=f(1)=-4-a^2$，令 $-4-a^2=-5$，得 $a=\pm 1$(舍去).

②当 $0<\dfrac{a}{2}<1$，即 $0<a<2$ 时，$f(x)_{\max}=f\left(\dfrac{a}{2}\right)=-4a$，令 $-4a=-5$，得 $a=\dfrac{5}{4}$.

③当 $\dfrac{a}{2}\leqslant 0$，即 $a\leqslant 0$ 时，$f(x)$ 在 $[0,1]$ 上递减，$\therefore f(x)_{\max}=f(0)=-4a-a^2$，令 $-4a-a^2=-5$，

得 $a=-5$ 或 $a=1$(舍去)．综上所述，$a=\dfrac{5}{4}$ 或 -5.