# 泉州七中2021届高三月考（12月）复习卷参考答案

一、单项选择题

1-8：BBCC BBDC

二、 多项选择题

9．AB

10、*ABC*　　由椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$，当点$P$为短轴顶点时，$\angle FPM$最大，$\Delta FPM$的面积最大，此时$\tan\angle FPM=\frac{24}{7}$，此时角为锐角，故$A$正确、$D$错误；椭圆上的动点$P$，$a-c\le|PF_1|\le a+c$，即有$2\le|PF_1|\le 8$，又椭圆上至少有21个不同的点$P_i(i=1,2,3,\cdots)$，$|FP_1|,|FP_2|,|FP_3|,\cdots$组成公差为$d$的等差数列，所以$|FP_1|$最大值8，$B$正确；

设$|FP_1|$，$|FP_2|$，$|FP_3|$，…组成的等差数列为$\{a_n\}$，公差$d>0$，则$a_1\ge 2,a_n\le 8$，又$d=\frac{a_n-a_1}{n-1}$，所以$d\le\frac{6}{n-1}\le\frac{6}{21-1}=\frac{3}{10}$，所以$0<d\le\frac{3}{10}$，所以$d$的最大值是$\frac{3}{10}$，故$C$正确，

11、***BD***　　$y=coversinx-versinx=cosx-sinx=\sqrt{2}cos(x+\frac{\pi}{4})$，在$[\frac{\pi}{4}，\frac{3\pi}{4}]$单调递减，所以$A$错误；因为$\frac{coversinx-1}{versinx-1}=tanx$=2，则$coversin2x-versin2x=cos2x-sin2x=\frac{cos^2x-sin^2x-2sinxcosx}{cos^2x+sin^2x}$，即$\frac{1-tan^2x-2tanx}{1+tan^2x}=-\frac{7}{5}$，所以$B$正确；

对$C$:$f(x)=versin\left(2020x-\frac{\pi}{3}\right)+coversin\left(2020x+\frac{\pi}{6}\right)=2-cos\left(2020x-\frac{\pi}{3}\right)-sin\left(2020x+\frac{\pi}{6}\right)$=$2-2sin(2020x+\frac{\pi}{6})$，所以则$f(x)$的最大值4.

$ver\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=1-\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=1-\sin\theta=cover\sin\theta$，故$D$正确；

12、*AC*　　若$f(x)=e^x-ax^2$有3个零解，即$y=a$与$g(x)=\frac{e^x}{x^2}$有三个交点，

若$g(x)=\frac{e^x}{x^2}$，则$g'(x)=\frac{e^xx^2-e^x2x}{x^4}=\frac{xe^x(x-2)}{x^4}$则$g(x)$在$(-\infty，0)$上单调递增，在此区间内的值域为$(0,+\infty)$，$g(x)$在$(0,2)$上单调递减，在在$(2,+\infty)$上单调递增，在此区间内的值域为$[\frac{e^2}{4}，+\infty)$故$y=a$与$g(x)=\frac{e^x}{x^2}$有三个交点，则$a\ge\frac{e^2}{4}$，故$A$正确

若$a=\frac{e}{2}$，则$f(x)=e^x-\frac{e}{2}x^2,f'(x)=e^x-ex,,f''(x)=e^x-e$，则$f'(x)$在$(-\infty，1)$上单调递减，在$(1,+\infty)$上单调递增,则$f'(x)_{max}=f'(1)=0$,故$f(x)$在R上单调递减，故$B$错误

若$a=\frac{1}{2}$，则$f(x)=e^x-\frac{1}{2}x^2$，此时$f(x)$仅有1个零点$x_0$，且$x_0<0$，又$f(-1)=e^{-1}-\frac{1}{2}(-1)^2=\frac{2-e}{2e}<0$，$f\left(-\frac{1}{2}\right)=e^{-\frac{1}{2}}-\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{8-\sqrt{e}}{8\sqrt{e}}>0$,则$-1<x_0<-\frac{1}{2}$,故$C$正确

若$a=1$，则$f(x)=e^x-x^2$，当$x=-1$时，$f(-1)=e^{-1}-(-1)^2=\frac{1-e}{e}<0$,故$D$错误

三、填空题（本大题共4小题， 每小题5分，共20分．请把答案填写在答题卡相应位置上）

13．8　　　　14．30　　　　15．$x^2+y^2-\frac{13}{3}x+1=0$　　　　16．0；1010

四、解答题

17.解：

选①∵正弦定理且$\sqrt{3}$sinA＝acosC；∴$\sqrt{3}\sin C\sin A=\sin A\cos C$，

　∵在△ABC中，$A\in(0,\pi)$，∴sinA≠0，∴$\sqrt{3}\sin C=\cos C$，　$\tan C=\frac{\sin C}{\cos C}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

选②∵tan(C＋$\frac{\pi}{4}$)＝2＋$\sqrt{3}$，∴$\frac{\tan C+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan C\tan\frac{\pi}{4}}=2+\sqrt{3}$，即$\frac{1+\tan C}{1-\tan C}=2+\sqrt{3}$，则$\tan C=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

选③∵$a^2+b^2=c^2+\sqrt{3}ab$，∴由余弦定理得：$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{\sqrt{3}ab}{2ab}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

选①②③∵在△ABC 中，C∈(0，$\pi$)，∴C＝$\dfrac{\pi}{6}$，

∵在△ABC 中，A＋B＋C＝$\pi$，且 B＝105°，∴A＝$\dfrac{\pi}{4}$，

∵正弦定理$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{c}{\sin C}$且$c=4$，∴$\dfrac{a}{\sin\frac{\pi}{4}}=\dfrac{4}{\sin\frac{\pi}{6}}$，则$a=4\sqrt{2}$，

∵$\sin B=\sin 105^\circ=\sin(45^\circ+60^\circ)=\sin 45^\circ\cos 60^\circ+\cos 45^\circ\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

∴$S=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 4\times\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}=4+4\sqrt{3}$.

18．(本小题满分 12 分)

**解**：（1）∵$a_n+S_n=1$

当 n＝1 时，$a_1+S_1=1$，即$2a_1=1$，∴$a_1=\dfrac{1}{2}$；

当 n≥2 时，$a_{n-1}+S_{n-1}=1$，∴$a_n=S_n-S_{n-1}=a_{n-1}-a_n$，∴$2a_n=a_{n-1}$，即$\dfrac{a_n}{a_{n-1}}=\dfrac{1}{2}$；

∴是$\{a_n\}$等比数列，且首项为$a_1=\dfrac{1}{2}$，公比为$q=\dfrac{1}{2}$，∴$a_n=\dfrac{1}{2}\cdot(\dfrac{1}{2})^{n-1}=(\dfrac{1}{2})^n$

∴$b_n=-\dfrac{\log_2 a_n}{a_{n+1}}=-\dfrac{\log_2(\frac{1}{2})^n}{(\frac{1}{2})^{n+1}}=n\cdot 2^{n+1}$；

（2）$c_n=\dfrac{2^{n+1}(n+2)}{b_nb_{n+1}}=\dfrac{2^{n+1}(n+2)}{n\cdot 2^{n+1}\cdot(n+1)\cdot 2^{n+2}}=\dfrac{n+2}{n(n+1)\cdot 2^{n+2}}=(\dfrac{2}{n}-\dfrac{1}{n+1})\dfrac{1}{2^{n+2}}=\dfrac{1}{n\cdot 2^{n+1}}-\dfrac{1}{(n+1)\cdot 2^{n+2}}$

∴$T_n=(\dfrac{1}{1\cdot 2^2}-\dfrac{1}{2\cdot 2^3})+(\dfrac{1}{2\cdot 2^3}-\dfrac{1}{3\cdot 2^4})+(\dfrac{1}{3\cdot 2^4}-\dfrac{1}{4\cdot 2^5})+...+(\dfrac{1}{n\cdot 2^{n+1}}-\dfrac{1}{(n+1)\cdot 2^{n+2}})=\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{(n+1)\cdot 2^{n+2}}$

∵n∈$N^*$，且$T_n$单调递增，∴$\dfrac{3}{16}\leqslant T_n<\dfrac{1}{4}$.

19.(本小题满分 12 分)

**解**：(1)由频率分布直方图可知，$10\times(a+b+c)=1-10\times(0.018+0.022+0.025)=0.35$，

因为 $a$，$b$，$c$ 构成以 2 为公比的等比数列，所以 $a+2a+4a=0.035$，解得 $a=0.005$，

所以 $b=2a=0.01$，$c=4a=0.02$．故 $a=0.005$，$b=0.01$，$c=0.02$．　……3 分

(2)获奖的人数为 $0.005\times 10\times 400=20$ 人，因为参考的文科生与理科生人数之比为 1：4，

所以 400 人中文科生的数量为 $400\times\frac{1}{5}=80$，理科生的数量为 $400-80=320$．　……………5 分

由表可知，获奖的文科生有 6 人，所以获奖的理科生有 $20-6=14$ 人，不获奖的文科生有 $80-6=74$ 人．于是可以得到 $2\times 2$ 列联表如下：

| | 文科生 | 理科生 | 合计 |
|---|---|---|---|
| 获奖 | 6 | 14 | 20 |
| 不获奖 | 74 | 306 | 380 |
| 合计 | 80 | 320 | 400 |

$K^2=\frac{400\times(6\times 306-14\times 74)^2}{20\times 380\times 80\times 320}\approx 1.32<6.635=\dfrac{25}{19}\approx 1.316<6.635$ ……………………8 分

所以在犯错误的概率不超过 0.01 的情况下，不能认为“获奖”与“学生的文理科”有关．……9 分

(3)获奖的学生一共 20 人,其中女生 6 人,男生 14 人,从中任选 2 人,至少 1 名女生的概率为

$P=\dfrac{C_6^1C_{14}^1+C_6^2}{C_{20}^2}=\dfrac{99}{190}$ ………………………………12 分

20. **命题意图** 本题考查空间关系的证明以及利用空间向量计算二面角的余弦值.

**解析** （Ⅰ）如图，连接 $AC$ 交 $BD$ 于点 $N$，连接 $MN$，…………（1分）

因为 $CD/\!/AB$，$AB=2CD$，所以 $\frac{CN}{NA}=\frac{CD}{AB}=\frac{1}{2}$，…………（2分）

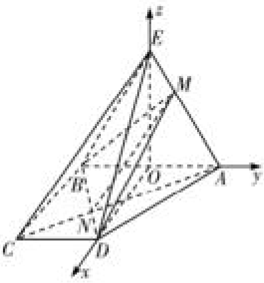
由条件得 $\frac{EM}{MA}=\frac{1}{2}$，所以 $MN/\!/CE$，…………（3分）

又 $CE\not\subset$ 平面 $BDM$，$MN\subset$ 平面 $BDM$，

所以 $CE/\!/$ 平面 $BDM$. …………（5分）

（Ⅱ）如图，取 $AB$ 的中点 $O$，连接 $EO$，$DO$.

由条件可知 $OD$，$OA$，$OE$ 两两垂直，以 $OD$，$OA$，$OE$ 所在直线分别为 $x$，$y$，$z$ 轴，建立如图所示的空间直角坐标系 $O-xyz$，…………（6分）




则 $A(0,2,0)$，$B(0,-2,0)$，$D(2,0,0)$，$E(0,0,2\sqrt{3})$，

因为 $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{ME}$，所以 $M\left(0,\frac{2}{3},\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$.



所以 $\overrightarrow{BD}=(2,2,0)$，$\overrightarrow{BM}=\left(0,\frac{8}{3},\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$，$\overrightarrow{BE}=(0,2,2\sqrt{3})$，…………（7分）

设平面 $BDM$ 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x_1,y_1,z_1)$，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BD}=0,\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{BM}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}2x_1+2y_1=0,\\ \frac{8}{3}y_1+\frac{4\sqrt{3}}{3}z_1=0,\end{cases}$ 令 $y_1=-\sqrt{3}$，则 $\boldsymbol{m}=(\sqrt{3},-\sqrt{3},2)$. …………（9分）

设平面 $BDE$ 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_2,y_2,z_2)$，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BE}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}2x_2+2y_2=0,\\ 2y_2+2\sqrt{3}z_2=0,\end{cases}$ 令 $y_2=-\sqrt{3}$，则 $\boldsymbol{n}=(\sqrt{3},-\sqrt{3},1)$，…………（10分）

$\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle=\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=\frac{3+3+2}{\sqrt{3+3+4}\sqrt{3+3+1}}=\frac{4\sqrt{70}}{35}$.

所以二面角 $E-BD-M$ 的余弦值为 $\frac{4\sqrt{70}}{35}$. …………（12分）

21.【解析】(1) 设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$D(x_0,y_0)$

联立方程 $\begin{cases}y=mx-\frac{m^2}{2},\\ ax^2+by^2=1\end{cases}$

得 $(bm^2+a)x^2-m^3bx+\frac{bm^4}{4}-1=0$，

由 $\Delta>0$，且 $x_1+x_2=\frac{m^3b}{bm^2+a}$，

因此 $x_0=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{m^3b}{2bm^2+2a}$，

将其代入 $y=mx-\frac{m^2}{2}$ 得 $y_0=-\frac{m^2a}{2bm^2+2a}$，

因为 $\frac{y_0}{x_0}\cdot m=-\frac{a}{b}$，………… 2分

所以 $-\frac{a}{b}=-\frac{1}{4}$，$\therefore b=4a$，

所以直线 $OD$ 方程为 $y=-\frac{1}{4m}x$，………… 3分

可得 $-\frac{1}{4}=-\frac{1}{4m}t$，$\therefore t=m$，

代入 $y=mx-\frac{m^2}{2}$，得 $P(m,\frac{m^2}{2})$，消去 $m$，

可得 $P$ 点的轨迹方程为 $x^2=2y(x\neq0)$. … 5分

(2) 根据题意，$b=4$，所以椭圆 $C$ 的方程为 $x^2+4y^2=1$.

由(1)知，$x_0=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{2m^3}{4m^2+1}$，

$y_0=-\frac{m^2}{2(4m^2+1)}$，………… 6分

对于直线 $l$，令 $x=0$，$y=-\frac{m^2}{2}$，所以 $G(0,-\frac{m^2}{2})$，

所以 $P(m,\frac{m^2}{2})$，$F(0,\frac{1}{2})$，

$D(\frac{2m^3}{4m^2+1},-\frac{m^2}{2(4m^2+1)})$，$M(m,-\frac{1}{4})$，… 7分

所以 $S_{\triangle PFG}=\frac{1}{2}|GF||m|=\frac{1}{4}|m|(m^2+1)$，

$S_{\triangle PDM}=\frac{1}{2}|PM|\cdot|m-x_0|=\frac{|m|(2m^2+1)^2}{8(4m^2+1)}$，

所以 $\frac{S_{\triangle PFG}}{S_{\triangle PDM}}=\frac{2(4m^2+1)(m^2+1)}{(2m^2+1)^2}$，………… 9分

令 $n=2m^2+1$，则 $\frac{S_{\triangle PFG}}{S_{\triangle PDM}}=\frac{(2n-1)(n+1)}{n^2}=-\frac{1}{n^2}+\frac{1}{n}+2$，………… 11分

当 $\frac{1}{n}=\frac{1}{2}$，即 $n=2$ 时，$\frac{S_{\triangle PFG}}{S_{\triangle PDM}}$ 取得最大值 $\frac{9}{4}$，此时

$m=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$，满足 $\Delta>0$. ………………………… 12 分

22．(本小题满分 12 分)

**解**：(1) $\because f'(x)=(x+1)e^x+a$ $\quad f''(x)=(x+2)e^x$

所以 $f'(x)$在$(-\infty,-2)$上单调递减,在$(-2,+\infty)$上单调递增

所以$f'(x)$的最小值为$f'(-2)=a-\frac{1}{e^2}$ ……………4 分

(Ⅱ)当 $x\in(1,+\infty)$ 时，若 $f(x)\ge g(x)$ 成立，

即 $xe^x+x\ge ax^a\ln x+a\ln x$ 对 $x\in(1,+\infty)$ 恒成立，

亦即 $xe^x+x\ge(a\ln x)e^{\alpha\ln x}+a\ln x$ 对 $x\in(1,+\infty)$ 恒成立. …………… 6 分

即$a=1$时$f(x)>f(a\ln x)$

由（1）知a=1时$f'(x)$的最小值为$1-\frac{1}{e^2}>0$，所以 $f(x)$ 在 $R$ 上单调递增. …………8 分

$\therefore x\ge a\ln x$ 在 $(1,+\infty)$ 上恒成立.

令 $m(x)=x-a\ln x$，则 $m'(x)=1-\frac{a}{x}=\frac{x-a}{x}$.

① $a\le1$ 时，$m'(x)>0$ 在 $(1,+\infty)$ 上恒成立，$\therefore m(x)>m(1)=1>0$，此时满足已知条件，…9 分

②当 $a>1$ 时，由 $m'(x)=0$，解得 $x=a$.

当 $x\in(1,a)$ 时，$m'(x)<0$，此时 $m(x)$ 在 $(1,a)$ 上单调递减；

当 $x\in(a,+\infty)$ 时，$m'(x)>0$，此时 $m(x)$ 在 $(a,+\infty)$ 上单调递增.

$\therefore m(x)$ 的最小值 $m(a)=a-a\ln a\ge0$，解得 $1<a\le e$. …………11 分

综上，$a$ 的取值范围是 $(-\infty,e]$ ………………………12 分