

排列、组合问题的解答策略

第一节 特殊优先法

例 1 乒乓球队的 10 名队员中有 3 名主力队员，派 5 名参加比赛，3 名主力队员要安排在第一、三、五位置，其余 7 名队员选 2 名安排在第二、四位置，那么不同的出场安排共有_____种

例 2 将标号为 1, 2, …, 10 的 10 个球放入标号为 1, 2, …, 10 的 10 个盒子内，每个盒内放一个球，则恰好有 3 个球的标号与其所在盒子的标号不一致的放入方法共有()种？

例 3 1 名老师和 4 名学生排成一排照相留念，若老师不排在两端，则共有不同的排法有_____种

例 4 从 a, b, c, d, e , 5 个元素中，取出 4 个放在四个不同的格子中，且元素 b 不能放在第二个格子里，问共有_____种不同的放法？（用数字作答）

第二节 合理分类准确分步

例 1 (天津) 从 1, 3, 5, 7 中任取 2 个数字，从 0, 2, 4, 6, 8 中任取 2 个数字，组成没有重复数字的四位数，其中能被 5 整除的四位数共有_____个。（用数字作答）

例 2 某天某班的课程表要排入数学、语文、英语、物理、化学、体育六门课程，第一节不排体育，第六节不排数学，一共有_____种不同的排法？（用数字作答）

例 3 有 11 名外语翻译人员，其中 5 名会英语，4 名会日语，另外两名英、日语都精通，从中选出 8 人，组成两个翻译小组，其中 4 人翻译英语，另 4 人翻译日语，问共有_____不同的选派方式？

例 4 一个小组有 10 名同学，其中 4 女 6 男，现从中选出 3 名代表，其中至少有一名女生的选法有_____种？

例 5 已知 $y = f(x)$ 是定义域 $A = \{x | 1 \leq x \leq 7, x \in N\}$ ，值域为 $B = \{0, 1\}$ 的函数。

(1) 试问：这样的函数 $f(x)$ 共有多少个？

(2) 若对于定义域中 x 的 4 个不同元素，对应的函数值都是 1，那么这样的函数 $f(x)$ 共有多少个？

第三节 选排问题先选后排法

例 1 有 5 个男生和 3 个女生，从中选出 5 个担任 5 门学科代表，求符合下列条件的选法数。

(1) 有女生但人数少于男生。

(2) 某女生一定担任语文科代表。

(3) 某男生必须在内，但不担任数学科代表。

(4) 某女生一定要担任语文科代表，某男生必须担任科代表，但不担任数学科代表。

例 2 对某种产品的 6 件不同的正品和 4 件不同的次品，每次取出一件测试，直到 4 件次品全测出为止，则第 4 件次品在第 5 次测试时被发现的不同情形有多少种？

例 3 在 7 名运动员中选 4 名组成接力队参加 4×100 米接力赛，那么甲、乙两人都不跑中间两棒的安排方法有多少种。

第四节 相邻问题捆绑法

例 1 (全国) 6 名同学排成一排，其中甲、乙两人必须排在一起的不同排法有 () 种

例 2 (北京) 从单词 “equation” 中选取 5 个不同的字母排成一排，含有 “qu” (其中 “qu” 相连接且顺序不变) 的不同排列共有 ()

例 3 计划在某画廊展开 10 幅不同的画，其中 1 幅水彩画、4 幅油画、5 幅国画，排成一行陈列，要求同一品种的画必须连在一起，并且水彩画不放在两端，那么不同的陈列方式有 () 种

例 4 有 8 本不相同的书，其中数学书 3 本，外文书 2 本，其他书 3 本，若将这些书排成一列放在书架上，则数学书恰好排在一起，外文书也恰好排在一起的排法共有 _____ 种。

第五节 不相邻问题插空法

例 1 5 个男生 3 个女生排成一列，要求女生不相邻且不可排两头，共有 _____ 种排法？

例 2 (辽宁) 有两排座位，前排 11 个座位，后排 12 个座位，要安排 2 人就座，规定前排中间的 3 个座位不能坐，并且这 2 人不左右相邻，那么不同排法的种数是 ()

例 3 (全国) 在一块并排 10 垄的田地中，选择 2 垄分别种植 A 、 B 两种作物，每种作物种植一垄，为有利于作物生长，要求 A 、 B 两种作物间隔不小于 6 垄，则不同的种植方法共有 _____ 种。

例 4 (1) 4 男 3 女排成一排，男、女生必须相间而排有 _____ 种排法？
(2) 4 男 4 女排成一排，男、女生必须相间而排有 _____ 种排法？

例 5 8 个人排成一排，其中甲、乙、丙 3 人中，有两个相邻，但这 3 个不同时相邻排列，求满足条件的所有不同排法的种数

第六节 正难则反，间接法

例 1 编号为 1, 2, 3, 4, 5 的 5 人入座编号也为 1, 2, 3, 4, 5 的 5 个座位，至多有两人对号的坐法有 _____ 种？

例2 四面体的顶点和各棱中点共 10 个点，在其中取 4 个不共面的点，不同的取法共有_____种

例3 (全国) 从正方体的 6 个面中选取 3 个面，其中有 2 个面不相邻的选法共有_____种

例4 4 个不同的红球和 6 个不同的白球放入袋中，现从袋中取出 4 个球：

- (1) 若取出的红球个数不少于白球个数，则有多少种不同的取法？
- (2) 取出一个红球记 2 分，取出一个白球记 1 分，若取出 4 球的总分不低于 5 分，则有多少种不同的取法？

例5 (全国) 从 5 位男教师和 4 位女教师中选出 3 位教师，派到 3 个班担任班主任（每班 1 位班主任），要求这 3 个班主任中男、女教师都要有，则不同的选派方案共有_____种

第七节 定序均分问题先排后除法

例1 5 人站成一排，如果甲必须站在乙的左边，则不同的排法有_____种？（用数字作答）

例2 按以下要求分配 6 种不同的书，各有几种方法？

- (1) 分成 1 本、2 本、3 本三组；
- (2) 平均分成三组，每组 2 本；
- (3) 分成 3 组，一组 4 本，另外两组各 1 本。

第八节 不同元素分配的先分组后分配法

例1 按以下要求分配 6 本不同的书，各有几种方法？

- (1) 平均分给甲、乙、丙三人，每人 2 本；
- (2) 甲得 1 本，乙得 2 本，丙得 3 本；
- (3) 甲、乙、丙三人一人得 1 本，一人得 2 本，一人得 3 本；
- (4) 甲、乙、丙三人中，一人得 4 本。另外每人各得 1 本。

例2 5 个不同的小球，分到 3 个不同的小盒中，每盒至少一个，有几种不同的分法？

第九节 相同元素分配的隔板法

例1 将组成篮球队的 10 个名额分配给 7 所学校，每校至少 1 名，问名额的分配方式共有_____种？

例2 求 $(a+b+c)^8$ 展开式中共有_____项？（用数字作答）

第十节 分排问题直排处理法

例 1 8 人排成前后两排，每排 4 人，其中有 2 个女生要排在前排，另有 2 个因个子高要排在后排，问共有_____种不同的排法？（用数字作答）

例 2 10 名学生分坐两行，要求面对面坐下，但其中甲乙两个同学不可相邻也不可面对面，有多少种坐法？

第十一节 映射与涂色问题

例 1 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{6, 7, 8\}$. 从 A 到 B 可建立多少不同的映射？

例 2 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{6, 7, 8\}$, 从 A 到 B 的映射中，满足 $f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4) \leq f(5)$ 的映射有_____个？（用数字作答）

例 3 要用四种颜色给四川、青海、西藏、云南四省（区）的地图染色（图 13-11-1），每一省（区）一种颜色，只要求相邻的省（区）不同色，则不同染色的有_____种？（用数字作答）

例 4 （全国）如图 13-11-2，一个地区分为 5 个行政区域，现给地图着色，要求相邻区域不得使用同一颜色，现有 4 种颜色可供选择，则不同的着色方法共有_____种？（用数字作答）

第十二节 等价转化法

例 1 从 1~9 的九个数字中，取出 5 个数进行排列，并把 5 个位置自右至左编号，则奇数数字必在奇数位置上的排列有多少个？

例 2 从 1, 2, 3, ..., 10 中每次取出 3 个互不相邻的数，问有多少种取法？

例 3 10 级楼梯，要求 7 步跨完，且每步最多跨 2 级，问有几种不同的跨法？



图 13-11-1

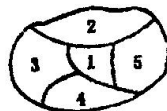


图 13-11-2