泉州七中2019-2020学年度下学期高一年第七次单元考数学试卷

命题人：杜成北　饶真平　　20200708

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分．第1到第10小题为单选题，第11、12小题为多选题．）

1.已知直线$a//$平面α，直线$b\subset$平面α，则（　　）

A、$a//b$　　B、a与b异面　　C、a与b相交　　D、a与b无公共点

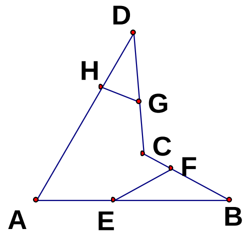
2.某篮球队甲、乙两名运动员练习罚球，每人练习10组，每组罚球40个．命中个数的茎叶图如下图，则下面结论中错误的一个是（　　）

甲		乙
8	0	9
3 2	1	1 3 4 8 9
7 6 5 4 2 0	2	0 1 1 3
7	3	

A．甲的极差是29　　B．甲罚球命中率比乙高

C．甲的中位数是24　　D．乙的众数是21

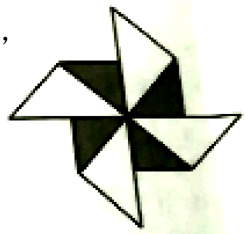
3.如图,空间四边形$ABCD$各边AB,BC,CD,DA上分别取E,F,G,H四点．如果EF,GH相交于点P,那么（　　）



A．点P在直线AC上　　B．点P在直线BD上

C．点P在平面DBC内　　D．点P在平面ABC外

4.如图，图中的大、小三角形分别为全等的等腰直角三角形，向图中任意投掷一飞镖，则飞镖落在阴影部分的概率为（　　）



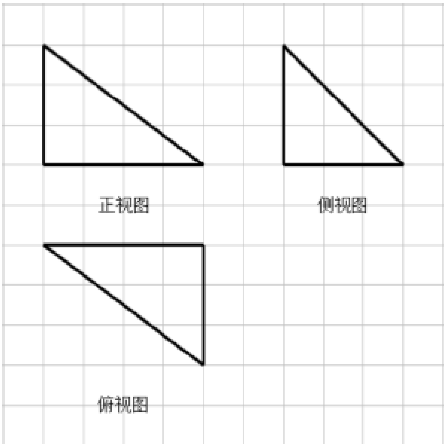
A．$\dfrac{1}{4}$　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．$\dfrac{2}{5}$　　D．$\dfrac{1}{2}$

5.已知两条直线m,n，两个平面α,β，$m//\alpha$，$n\perp\beta$，则下列正确的是（　　）

A．若$\alpha//\beta$，则$m\perp n$　　B．若$\alpha//\beta$，则$m//\beta$

C．若$\alpha\perp\beta$，则$n//\alpha$　　D．若$\alpha\perp\beta$，则$m\perp n$

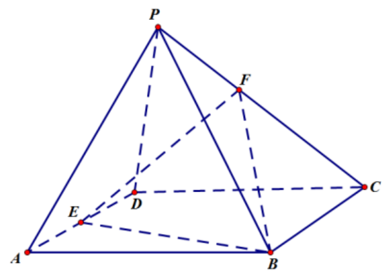
6.如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗实线画出的是几何体的三视图，已知该几何体的顶点在同一个球面上，则该球的表面积为（　　）



A．5π　　B．34π

C．41π　　D．136π

7.如图，P为平行四边形$ABCD$所在平面外一点，E为AD的中点，F为PC上一点，当$PA//$面BEF时，$\dfrac{PF}{PC}=$（　　）



A．$\dfrac{2}{3}$　　B．$\dfrac{1}{4}$　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．$\dfrac{1}{2}$

8.已知$\dfrac{\sqrt{3}-\tan\alpha}{1+\sqrt{3}\tan\alpha}=\tan\beta$，$-\pi<\alpha<-\dfrac{\pi}{2}$，$0<\beta<\dfrac{\pi}{2}$，则（　　）

A．$\beta-\alpha=\dfrac{2\pi}{3}$　　B．$\beta-\alpha=\dfrac{4\pi}{3}$　　C．$\beta+\alpha=-\dfrac{\pi}{3}$　　D．$\beta+\alpha=-\dfrac{2\pi}{3}$

9. 单位向量$\vec{a},\vec{b}$的夹角为120°，$|\vec{a}-\vec{c}|=1$，则$|\vec{b}-\vec{c}|$的最大值是（　　）

A. 2　　　　B. $\sqrt{3}$　　　　C. $\sqrt{3}+1$　　　　D. $\sqrt{3}-1$

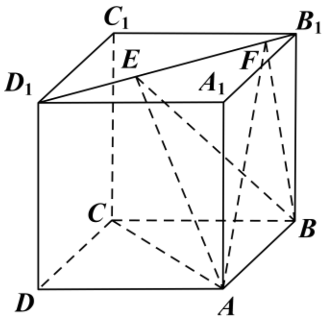
10. 已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0)$图象的一条对称轴是$x=-\dfrac{\pi}{3}$，且$f(x)$在$\left(\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{6}\right)$上是单调函数，则$\omega$的最大值是（　　）

A. 5　　　　B . 6　　　　C. 10　　　　D. 12

11. 下面是关于复数$z=\dfrac{2}{-1+\mathrm{i}}$的四个命题，其中是真命题为（　　）

A. $|z|=2$　　　　B. $z^2=2\mathrm{i}$

C. z的共轭复数为$1+\mathrm{i}$　　　　D. z的虚部为-1.



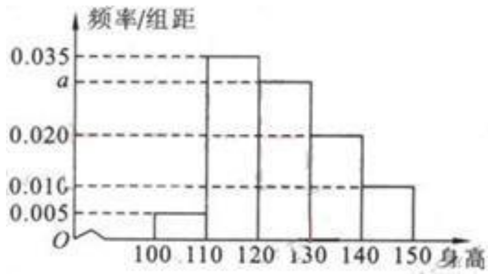
12. 如图，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为1，线段B_1D_1上有两个动点E,F，且$EF=\dfrac{1}{2}$，则下列结论中正确的是（　　）

A. $AC\perp BE$　　　　B. $EF//$平面$ABCD$

C. ΔAEF的面积与ΔBEF的面积相等　　　　D. 三棱锥$A-BEF$的体积为定值

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. 从某小学随机抽取100名同学，将他们的身高（单位：厘米）数据绘制成频率分布直方图（如图）. 由图中数据可知$a=$______；若要从身高在$[120,130),[130,140),[140,150]$三组内的学生中，用分层抽样的方法选取$18$人参加一项活动，则从身高在$[140,150]$内的学生中选取的人数应为________.



14. 已知$\vec{a}=(1,2),\vec{b}=(\cos\alpha,\sin\alpha)$，且$\vec{a}//\vec{b}$，则$\tan(\alpha+\dfrac{\pi}{4})=$_____；$\sin 2\alpha=$______.

15. 在ΔABC中，$AB>AC$，$BC=2\sqrt{3}$，$A=60^\circ$，ΔABC的面积等于$2\sqrt{3}$，

则$\sin B=$__________；角平分线AM的长等于_________.

16. 中国有悠久的金石文化，印信是金石文化的代表之一. 印信的形状多为长方体、正方体或圆柱体，但南北朝时期的官员独孤信的印信形状是“半正多面体”（图 1）. 半正多面体是由两种或两种以上的正多边形围成的多面体. 半正多面体体现了数学的对称美. 图 2 是一个棱数为48的半正多面体，它的所有顶点都在同一个正方体的表面上，且此正方体的棱长为1. 则该半正多面体共有_________个面，其棱长为___________.

图 1

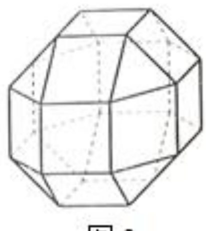


图 2

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

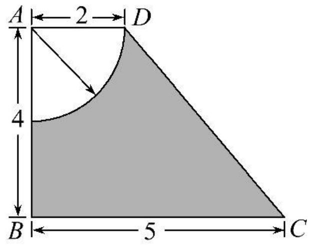
17.（本小题满分 10 分）如图所示(单位:cm),四边形 $ABCD$ 是直角梯形,图中阴影部分绕 AB 旋转一周.

（Ⅰ）求所成几何体的体积；

（Ⅱ）求所成几何体的表面积.

参考公式：$V_{台体}=\frac{1}{3}(s'+\sqrt{ss'}+s)h$($s'$，$s$分别为上、下底面面积，$h$为台体的高)

$S_{圆台侧面积}=\pi(r'+r)l$(r'，r分别为上下底面半径，l为母线长)



18.（本小题满分 12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\sin x+a\cos x$（$x\in\mathbf{R}$），$\frac{\pi}{4}$是函数 $f\left(x\right)$的一个零点.

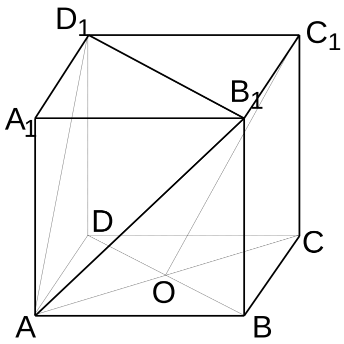
（Ⅰ）求 a 的值，并求函数 $f\left(x\right)$的单调递增区间；

（Ⅱ）若 α ，$\beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，且 $f\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{10}}{5}$， $f\left(\beta+\frac{3\pi}{4}\right)=\frac{3\sqrt{5}}{5}$，求 $\sin\left(\alpha+\beta\right)$的值.

19.（本小题满分 12 分）已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，棱长为 a，点 O 是底 $ABCD$ 对角线的交点.

（Ⅰ）求证：OC_1 // 面 AB_1D_1；

（Ⅱ）求异面直线 OC_1 与 B_1D_1 所成的角.



20.（本小题满分 12 分）泉州市公交公司为了方便广大市民出行，科学规划公交车辆的投放，计划在某个人员密集流动地段增设一个起点站，为了研究车辆发车的间隔时间 x 与乘客等候人数 y 之间的关系，选取一天中的六个不同的时段进行抽样调查，经过统计得到如下数据：

间隔时间（x 分钟）	8	10	12	14	16	18
等候人数（y 人）	16	19	23	26	29	33

调查小组先从这 6 组数据中选取其中的 4 组数据求得线性回归方程，再用剩下的 2 组数据进行检验，检验方法如下：先用求得的线性回归方程计算间隔时间对应的等候人数 $\hat{y}$，再求 $\hat{y}$ 与实际等候人数 y 的差，若两组差值的绝对值均不超过 1，则称所求的回归方程是“理想回归方程”．

（Ⅰ）若选取的是前 4 组数据，求 y 关于 x 的线性回归方程 $y=\hat{b}x+a$；

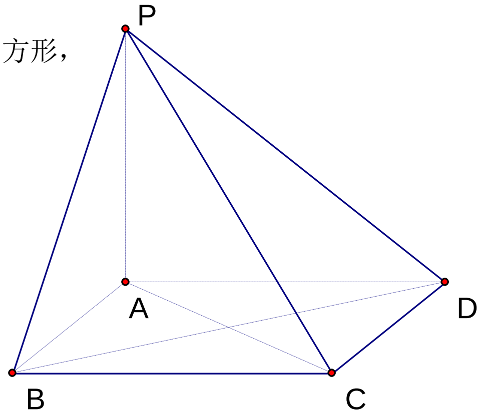
（Ⅱ）判断（Ⅰ）中的方程是否是“理想回归方程”：

（Ⅲ）为了使等候的乘客不超过 38 人，试用（Ⅰ）中方程估计间隔时间最多可以设置为多少分钟？

参考公式：用最小二乘法求线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 的系数公式：

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\cdot\overline{x}\cdot\overline{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2},\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x},$$

21.（本小题满分 12 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形，$PA\perp$ 底面 $ABCD$，且 $PA=AB=1$．



（Ⅰ）求证：$CD\perp$ 平面 PAD；

（Ⅱ）求点 A 到平面 PBD 的距离；

（Ⅲ）直线 PA 与平面 PBD 所成角的正弦值.

22.（本小题满分 12 分）已知 ΔABC 中，角 A,B,C 所对的边分别是 a,b,c，$b+c=2a\cos B$，且 $\sin C+\tan B\cos C=1$.

（Ⅰ）求角 A；

（Ⅱ）$b=2$，P 为 ΔABC 所在平面内一点，且满足 $\angle APC=120^\circ$，求 BP 的最小值，并求 BP 取得最小值时 ΔAPC 的面积 S.

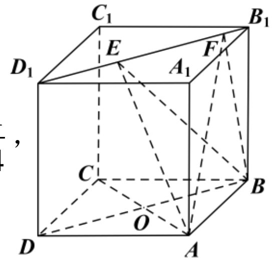
泉州七中 2019-2020 学年度下学期高一年第七次单元考数学试卷答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．第 1 到第 10 小题为单选题，第 11、12 小题为多选题．）

DCABA　BCDCD　BD　ABD

10．【解析】因为 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left(\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{6}\right)$ 上单调，所以 $\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{\pi}{12}=\dfrac{\pi}{12}\le\dfrac{T}{2}$，从而 $T\ge\dfrac{\pi}{6}$ 即 $\omega\le12$

当 $\omega=12$ 时，函数 $f\left(x\right)$ 的对称轴为 $x=\dfrac{k\pi}{12}+\dfrac{\pi}{12}(k\in\mathbf{Z})$，此时满足 $x=-\dfrac{\pi}{3}$ 是对称轴.



12．【解析】可证 $AC\perp$ 平面 D_1DBB_1，从而 $AC\perp BE$，故 A 正确；

由 $B_1D_1//$ 平面 $ABCD$，可知 $EF//$ 平面 $ABCD$，B 也正确；

连 BD 交 AC 于 O，则 AO 为三棱锥 $A-BEF$ 的高，$S_{\triangle BEF}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times1=\dfrac{1}{4}$，

三棱锥 $A-BEF$ 的体积为 $\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{4}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{24}$ 为定值，D 正确；

很显然，点 A 和点 B 到的 EF 距离是不相等的，C 错误.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

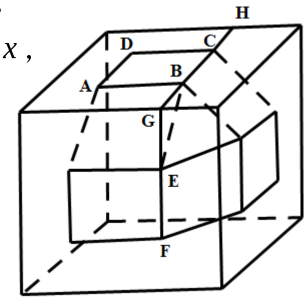
13. 0.030；3　　14. -3；$\dfrac{4}{5}$　　15. $\dfrac{1}{2}$；$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$　　16. 26；$\sqrt{2}-1$.

15．【解析】$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}bc\sin60^\circ=2\sqrt{3}$, $bc=8$，

又由 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ 得 $b^2+c^2-bc=12$，

由 $\begin{cases}c>b,\\bc=8,\\b^2+c^2-bc=12,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b=2,\\c=4,\end{cases}$ 所以 $\sin B=\dfrac{b\sin A}{a}=\dfrac{1}{2}$.

因为 $BC>AC$，所以 $B=30^\circ,C=90^\circ$，在 $Rt\triangle ACM$ 中，$AM=\dfrac{AC}{\cos30^\circ}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.



16．【解析】由图可知第一层与第三层各有 9 个面，计 18 个面，第二层共有 8 个面，

所以该半正多面体共有 $18+8=26$ 个面．如图，设该半正多面体的棱长为 x，

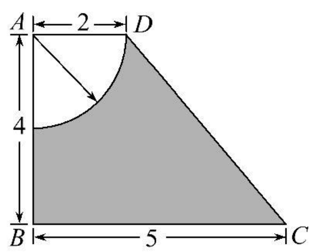
则 $AB=BE=x$，延长 BC 与 FE 交于点 G，延长 BC 交正方体棱于 H，

由半正多面体对称性可知，ΔBGE 为等腰直角三角形，

$\therefore BG=GE=CH=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x,\quad\therefore\quad GH=2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}x+x=(\sqrt{2}+1)x=1$

$x=\sqrt{2}-1$，即该半正多面体棱长为 $\sqrt{2}-1$.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）



17．解：图中阴影部分绕 AB 旋转一周形成的几何体是一个圆台挖去半个球.

（Ⅰ）记几何体的体积为 V，圆台的体积为 V_1，半球的体积为 V_2

$$V_1=\frac{1}{3}\pi(r^2+rr'+r'^2)h$$

$$=\frac{\pi}{3}\times(2^2+2\times5+5^2)\times4=52\pi$$ ------------------2 分

$V_2=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{1}{2}\times\frac{4\pi}{3}\times 2^3=\frac{16}{3}\pi$ ----------------4 分

$\therefore V=V_1-V_2=52\pi-\frac{16}{3}\pi=\frac{140}{3}\pi$（$cm^3$）

故该几何体的体积为$\frac{140}{3}\pi\ cm^3$. ----------------------5 分

（Ⅱ）记几何体的表面积为S，圆台的侧面积和下底面面积分别记为为S_1,S_2，半球的表面积为S_3

则圆台的母线$l=\sqrt{4^2+(2-5)^2}=5$ ----------------------6 分

所以$S_1=\pi\times(2+5)\times5=35\pi$，$S_2=\pi\times5^2=25\pi$，$S_3=\frac{1}{2}\times4\pi\times2^2=8\pi$ ------------9 分

所以该几何体的表面积$S=S_1+S_2+S_3=68\pi$ ----------------------10 分

18. 解：（Ⅰ）$\because \frac{\pi}{4}$是函数$f(x)$的一个零点， $\therefore$ $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sin\frac{\pi}{4}+a\cos\frac{\pi}{4}=0$ 即 $a=-1$-------2 分

$\therefore$ $f(x)=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x\right)=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ ----4 分

由$2k\pi-\frac{\pi}{2}\le x-\frac{\pi}{4}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，得$2k\pi-\frac{\pi}{4}\le x\le 2k\pi+\frac{3\pi}{4}$，$k\in Z$ -------5 分

$\therefore$ 函数$f(x)$的单调递增区间是$\left[2k\pi-\frac{\pi}{4},2k\pi+\frac{3\pi}{4}\right](k\in Z)$ -----------6 分

（Ⅱ）$\because f\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{10}}{5}$， $\therefore\sqrt{2}\sin\alpha=\frac{\sqrt{10}}{5}$ 即$\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$. --------------7 分

$\because$ $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$\therefore$ $\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$. ---------------------8 分

$\because f\left(\beta+\frac{3\pi}{4}\right)=\frac{3\sqrt{5}}{5}$， $\therefore\sqrt{2}\sin\left(\beta+\frac{\pi}{2}\right)=\frac{3\sqrt{5}}{5}$ 即$\cos\beta=\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ------9 分

$\because$ $\beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$\therefore$ $\sin\beta=\sqrt{1-\cos^2\beta}=\frac{\sqrt{10}}{10}$ ------------------------10 分

$\therefore\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$ ------------------------------11 分

$=\frac{\sqrt{5}}{5}\times\frac{3\sqrt{10}}{10}+\frac{2\sqrt{5}}{5}\times\frac{\sqrt{10}}{10}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ------------------------12 分

19. 解：（Ⅰ）连接A_1C_1交B_1D_1于点O_1，连接AO_1

$\because AA_1//CC_1$且$AA_1=CC_1$ $\therefore$四边形AA_1C_1C为平行四边形

$\therefore A_1C_1//AC$且$A_1C_1=AC$ ------------------------2 分

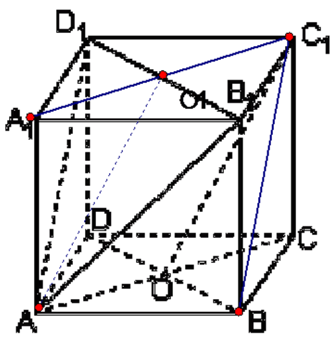
又$\because$点O_1和点O分别是线段A_1C_1和AC的中点

$\therefore O_1C_1//AO$且$O_1C_1=AO$ $\therefore$以四边形AOC_1O_1是平行四边形

故$OC_1//AO_1$ ----------------------4 分

又$\because OC_1\not\subset$平面AB_1D_1，$AO_1\subset$平面AB_1D_1

$\therefore OC_1//$面AB_1D_1 ----------------------6 分



（Ⅱ）$\because BB_1//DD_1$且$BB_1=DD_1$ $\therefore$四边形BB_1D_1D为平行四边形

$\therefore BD//B_1D_1$ ----------------------8 分

故$\angle C_1OB$或其补角为异面直线OC_1与B_1D_1所成的角 ---------9 分

连接 BC_1，在三角形 OBC_1 中，$OB=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a, BC_1=\sqrt{2}a, OC_1=\dfrac{\sqrt{6}}{2}a$

满足 $OC_1^{\ 2}+OB^2=BC_1^{\ 2}$

$\therefore \angle C_1OB=90^\circ$ 即异面直线 OC_1 与 B_1D_1 所成的角为 90° --------12 分

20. 解：（Ⅰ）$\because \overline{x}=\dfrac{8+10+12+14}{4}=11$，$\overline{y}=\dfrac{16+19+23+26}{4}=21$------------------------2 分

$\sum\limits_{i=1}^{4}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})=(-3)\times(-5)+(-1)\times(-2)+1\times2+3\times5=34$

$\sum\limits_{i=1}^{4}(x_i-\overline{x})^2=(-3)^2+(-1)^2+1^2+3^2=20$ ------------------------4 分

$\therefore \hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{4}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{4}(x_i-\overline{x})^2}=\dfrac{34}{20}=1.7$ ------------------------5 分

$\therefore \hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=21-1.7\times11=2.3$ ------------------------6 分

$\therefore \hat{y}=1.7x+2.3$

（Ⅱ）$\because \hat{y}=1.7x+2.3$

当 $x=16$ 时，$\hat{y}=1.7\times16+2.3=29.5$

当 $x=18$ 时，$\hat{y}=1.7\times18+2.3=32.9$ ------------------------8 分

$|29.5-29|=0.5<1$，$|32.9-33|=0.1<1$

所以判断（Ⅰ）中的方程 $\hat{y}=1.7x+2.3$ 是“理想回归方程” ------------------------10 分

（Ⅲ）由 $1.7x+2.3\le38$，得 $x\le21$

$\therefore$ 估计间隔时间最多可以设置为 21 分钟 ------------------------12 分

21. 解：（Ⅰ）$\because PA\perp$ 底面 $ABCD$ 且 $CD\subset$ 平面 $ABCD$ $\therefore PA\perp CD$ -----------------1 分

又 $\because ABCD$ 为正方形 $\therefore AD\perp CD$ --------------------------2 分

又 $\because PA\cap AD=A$，$PA, AD\subset$ 面 PAD

$\therefore CD\perp$ 面 PAD ------------------------------4 分

（Ⅱ）设点 A 到平面 PBD 的距离为 d，正方形的边长为 1

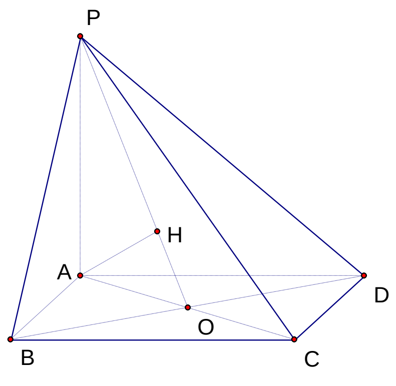
$\because PA, AB, AD$ 两两互相垂直

$\therefore V_{P-ABD}=\dfrac{1}{6}\times1^3=V_{A-PBD}=\dfrac{1}{3}d\cdot S_{\Delta PBD}$ ---------------6 分

而 ΔPBD 为边长为 $\sqrt{2}$ 的等边三角形

$\therefore S_{\Delta PBD}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\cdot(\sqrt{2})^2=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ---------------7 分

$\therefore d=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ --8 分



（Ⅲ）法一：设直线 PA 与平面 PBD 所成角为 α，

由（Ⅱ）可知 $\therefore \sin\alpha=\dfrac{d}{PA}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

所以直线 PA 与平面 PBD 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ --------------12 分

法二：先证明面 $PBD\perp$ 面 PAC -------------------------------------9 分

面$PBD\cap$面$PAC=PO$

过A作$AH\perp PO$，垂足为H

又$\because$面$PBD\perp$面PAC，面$PBD\cap$面$PAC=PO$ $\therefore AH\perp$面PBD

所以$\angle APH$为直线PA与平面PBD所成的角------------------11 分

在$Rt\Delta PAO$中，$PA=1$，$AO=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\angle PAO=90^{\circ}$

$\therefore PO=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，$\therefore \sin\angle APH=\dfrac{AO}{PO}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

所以直线PA与平面PBD所成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$---------------12 分

22. 解：（Ⅰ）$\because b+c=2a\cos B$，

由正弦定理得：$\sin B+\sin C=2\sin A\cos B$，-------------------------1 分

$\therefore \sin B+\sin(A+B)=2\sin A\cos B$，$\therefore \sin B=\sin(A-B)$，

$\because A$、B、C为三角形内角，$\therefore A=2B$ -------------------------3 分

又由$\sin C+\tan B\cos C=1$，得$\sin(B+C)=\cos B$，-----------------------4 分

$\therefore \sin A=\cos B>0$，$\therefore \sin B=\dfrac{1}{2}$，

$B\in(0,\pi)\therefore B=\dfrac{\pi}{6}$，$A=\dfrac{\pi}{3}$. -------------------------5 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知$C=\dfrac{\pi}{2}$.

所以ΔABC为直角三角形，其中$AC=2, AB=4, BC=2\sqrt{3}$--------------------7 分

设$\angle PCB=\theta$，则$\angle PAC=\theta-\dfrac{\pi}{6}$

在ΔPAC中，由正弦定理有$\dfrac{2}{\sin\frac{2\pi}{3}}=\dfrac{PC}{\sin(\theta-\frac{\pi}{6})}$，

则$PC=\dfrac{4}{\sqrt{3}}\sin(\theta-\dfrac{\pi}{6})$ -------------------------8 分

在ΔPCB中，由余弦定理有$PB^2=\dfrac{16}{3}\sin^2(\theta-\dfrac{\pi}{6})+12-2\times2\sqrt{3}\times\dfrac{4}{\sqrt{3}}\sin(\theta-\dfrac{\pi}{6})\cos\theta$

整理得$PB^2=\dfrac{8\sqrt{13}}{3}(\dfrac{1}{\sqrt{13}}\cos 2\theta-\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}\sin 2\theta)+\dfrac{56}{3}$ -------------------------9 分

令$\cos\varphi=\dfrac{1}{\sqrt{13}},\sin\varphi=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$，则$PB^2=\dfrac{8\sqrt{13}}{3}\cos(2\theta+\varphi)+\dfrac{56}{3}$

所以当$2\theta+\varphi=\pi$时，PB^2取最小值$PB^2=-\dfrac{8\sqrt{13}}{3}+\dfrac{56}{3}$，

此时$PB=\dfrac{\sqrt{156}}{3}-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ -------------------------10 分

所以$S=\dfrac{1}{2}PC\cdot AC\cos\theta=\dfrac{4}{\sqrt{3}}\sin(\theta-\dfrac{\pi}{6})\cos\theta=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\sin(2\theta-\dfrac{\pi}{6})-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\sin(\dfrac{5\pi}{6}-\varphi)-\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\times\dfrac{7}{2\sqrt{13}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{7\sqrt{39}-13\sqrt{3}}{39}$ ----------------12 分