泉州七中 2019-2020 学年下学期高一年第六次单元考数学试卷

命题人：杨小郎　陈景文　202006014

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．第 1 到第 10 小题为单选题，第 11、12 小题为多选题．）

1. 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)=-\frac{4}{5}$，则 $\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=$（　　）

A. $\frac{4}{5}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $-\frac{3}{5}$　　D. $-\frac{4}{5}$

2. 若复数 z 满足 $(1+\mathrm{i})z=|3+4\mathrm{i}|$，则 z 的虚部为（　　）

A. 5　　B. -5　　C. $\frac{5}{2}$　　D. $-\frac{5}{2}$

3. 已知函数 $f(x)=\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x$，则下列说法中，正确的是（　　）

A. $f(x)$ 的最小值为 -1

B. $f(x)$ 的图像关于点 $(\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2},0),k\in\mathbf{Z}$ 对称

C. $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}]$ 上单调递增

D. 将 $f(x)$ 的纵坐标保持不变，横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$，得到 $g(x)=2\cos(\frac{\pi}{3}-x)$

4. 已知圆锥的高为 3，它的底面半径为 $\sqrt{3}$，若该圆锥的顶点与底面的圆周都在同一个球面上，则这个球的体积等于（　　）

A. $\frac{8}{3}\pi$　　B. $\frac{32}{3}\pi$　　C. 16π　　D. 32π

5. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点都在球 O 的表面上，侧棱 PA,PB,PC 两两垂直，且 $PA=PB=PC=2$，若以 P 为球心且 1 为半径的球与三棱锥 $P-ABC$ 公共部分的体积为 V_1，球 O 的体积为 V_2，则 $\frac{V_1}{V_2}$ 的值为（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{36}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{72}$　　C. $\frac{1}{64}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{24}$

6. 在 ΔABC 中，角 C 为 90°，$\overrightarrow{AB}=(k,1)$，$\overrightarrow{AC}=(2,3)$，则 k 的值为（　　）

A. 5　　B. -5　　C. $\frac{3}{2}$　　D. $-\frac{3}{2}$

7. 在 ΔABC 中，$c=\sqrt{3}$，$A=75^\circ$，$B=45^\circ$，则 ΔABC 的外接圆面积为（　　）

A. $\frac{\pi}{4}$　　B. π　　C. 2π　　D. 4π

8. 若样本 $x_1+1,x_2+1,\cdots,x_n+1$ 的平均数为 10，其方差为 2，则对于样本 $2x_1+2,2x_2+2,\cdots,2x_n+2$ 的下列结论正确的是（　　）

A. 平均数为 20，方差为 8　　B. 平均数为 20，方差为 10

C. 平均数为 21，方差为 8　　D. 平均数为 21，方差为 10

9. 甲、乙、丙三名同学用计算机联网学习数学，每天上课后独立完成6道自我检测题，甲及格的概率为$\frac{3}{5}$，乙及格的概率为$\frac{2}{5}$，丙及格的概率为$\frac{7}{10}$，三人各检测一次，则三人中只有一人及格的概率为（　　）

A．$\frac{17}{10}$　　B．$\frac{21}{125}$　　C．$\frac{81}{250}$　　D．以上都不对

10. 已知A、B、C是单位圆上三个互不相同的点，若$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AC}|$，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$的最小值是（　　）

A．0　　B．$-\frac{1}{4}$　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$-\frac{3}{4}$

11.（多选题）ΔABC中，$\overrightarrow{AB}=\vec{c}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{a}$，$\overrightarrow{CA}=\vec{b}$，在下列命题中，是真命题的有（　　）

A. 若$\vec{a}\cdot\vec{b}>0$，则ΔABC为锐角三角形　　B. 若$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，则ΔABC为直角三角形

C. 若$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{c}\cdot\vec{b}$，则$\Delta ABC$为等腰三角形　　D. 若$(\vec{a}+\vec{c}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b}-\vec{c})=0$，则$\Delta ABC$为直角三角形

12.（多选题）在某地区某高传染性病毒流行期间，为了建立指标来显示疫情已受控制，以便向该地区居民显示可以过正常生活，有公共卫生专家建议的指标是“连续7天每天新增感染人数不超过5人”，根据连续7天的新增病例数计算，下列各选项中，一定符合上述指标的是（　　）

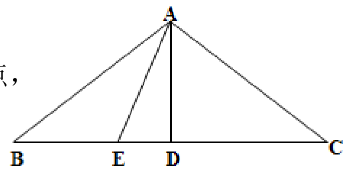
A．平均数$\overline{x}\le 3$　　B．平均数$\overline{x}\le 3$且标准差$s\le 2$

C．平均数$\overline{x}\le 3$且极差小于或等于2　　D．众数等于1且极差小于或等于4

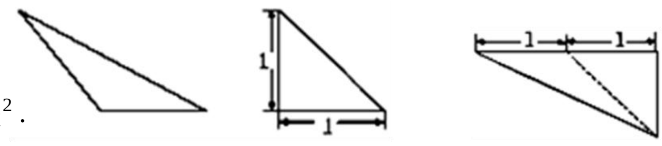
二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分，若有两空，则第一空2分，第二空3分.）

13. 已知$\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$是实系数一元二次方程$ax^2+bx+1=0$的一个根，则$a=$_______，$b=$________.

15．如图，在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=120^{\circ}$，$AB=AC=2$，D,E为BC边上的点，且$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=0$，$\overrightarrow{AE}=x\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，则$x=$______；$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AE}=$___________.



15. 一个空间几何体的三视图如图所示（单位：cm）.
则该几何体的体积为______cm^3；表面积为________cm^2.



正视图　　侧视图　　俯视图

16. 在平面凸四边形$ABCD$中，$\angle A=45^{\circ},\angle B=120^{\circ},AB=\sqrt{2},AD=3,CD=t$（$t$为常数），若满足上述条件的平面凸四边形$ABCD$有且只有2个，则$BD=$______；$t$的取值范围是___________.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17.（本小题满分 10 分）某工厂拟制造一个的容积为36π m^{3}的有盖圆锥形容器．

（Ⅰ）若该容器的底面半径为6 m，求该容器的表面积；

（Ⅱ）当容器的高为多少米时，制造该容器的侧面用料最省？

18.（本小题满分 12 分）某学校高三年级学生某次身体素质体能的原始成绩采用百分制，已知所有这些学生的原始成绩均分布在$[50,100]$内，发布成绩使用等级制，各等级划分标准见下表．

百分制	85分及以上	70分到84分	60分到69分	60分以下
等级	A	B	C	D

规定：A,B,C三级为合格等级，D为不合格等级为了解该校高三年级学生身体素质情况，从中抽取了n名学生的原始成绩作为样本进行统计．

按照$[50,60)$，$[60,70)$，$[70,80)$，$[80,90)$，$[90,100]$的分组作出频率分布直方图如图 1 所示，样本中分数在80分及以上的所有数据的茎叶图如图 2 所示

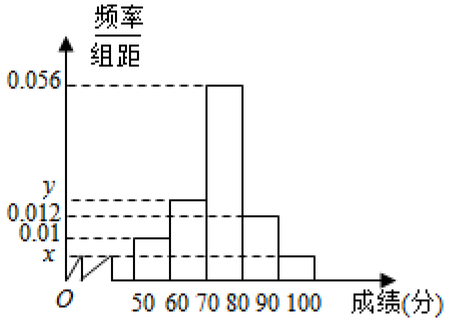


图1

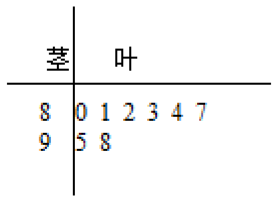


图2

（Ⅰ）求n和频率分布直方图中的x,y的值，并估计该校高一年学生成绩是合格等级的概率；

（Ⅱ）根据频率分布直方图，求成绩的中位数(精确到0.1)；

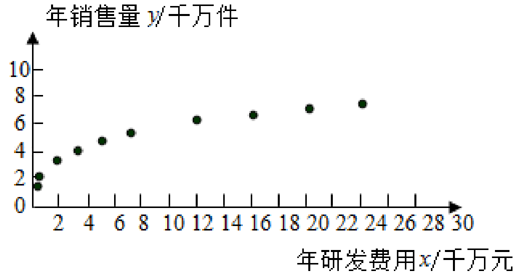
（Ⅲ）在选取的样本中，从A,D两个等级的学生中随机抽取2名学生进行调研，求至少有一名学生是A等级的概率．

19.（本小题满分 12 分）已知函数$f(x)=\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})+2(\sin^2 x-1)$．

（Ⅰ）求函数$y=f(x)$的单调减区间和对称轴；

（Ⅱ）若不等式$f(x)+1<m$在$\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right]$上有解，求$m$的取值范围．

20.（本小题满分 12 分）某企业为确定下一年投入某种产品的研发费用，需了解年研发费用 x（单位：千万元）对年销售量 y（单位：千万件）的影响，统计了近10年投入的年研发费用 x_i 与年销售量 $y_i(i=1,2\ldots,10)$ 的数据，得到散点图如图所示.



（Ⅰ）利用散点图判断 $y=a+bx$ 和 $y=c\cdot x^{d}$（其中 c,d 均为大于 0 的常数）哪一个更适合作为年销售量 y 和年研发费用 x 的回归方程类型（只要给出判断即可，不必说明理由）；

（Ⅱ）对数据作出如下处理，令 $u_i=\ln x_i, v_i=\ln y_i$，得到相关统计量的值如表：根据第（Ⅰ）问的判断结果及表中数据，求 y 关于 x 的回归方程；

$\sum\limits_{i=1}^{10}v_i$	$\sum\limits_{i=1}^{10}u_i$	$\sum\limits_{i=1}^{10}(u_i-\bar{u})(v_i-\bar{v})$	$\sum\limits_{i=1}^{10}(u_i-\bar{u})^2$
15	15	28.25	56.5

附：对于一组数据 $(u_1,v_1),(u_2,v_2),\ldots,(u_n,v_n)$，其回归直线 $\hat{v}=\hat{\alpha}+\hat{\beta}u$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为

$$\hat{\beta}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})(v_i-\bar{v})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})^2},\hat{\alpha}=\bar{v}-\hat{\beta}\bar{u}.$$

21.（本小题满分 12 分）已知在 ΔABC 中，a,b,c 分别为角 A,B,C 的对应边，点 D 为 BC 边的中点，ΔABC 的面积为 $\dfrac{AD^2}{3\sin B}$.

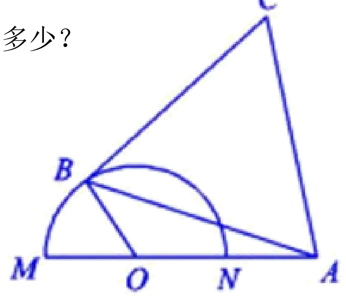
（Ⅰ）求 $\sin\angle BAD\cdot\sin\angle BDA$ 的值；

（Ⅱ）若 $BC=6AB, AD=2\sqrt{2}$，求 b.

22.（本小题满分 12 分）如图半圆 O 的直径为 4，A 为直径 MN 延长线上一点，且 $OA=4$，B 为半圆周上任一点，以 AB 为边作等边 ΔABC（A,B,C 按顺时针方向排列）

（Ⅰ）若等边 ΔABC 边长为 a，$\angle AOB=\theta$，试写出 a 关于 θ 的函数关系；

（Ⅱ）问 $\angle AOB$ 为多少时，四边形 $OACB$ 的面积最大？这个最大面积为多少？



泉州七中 2019-2020 学年度下学期高一年第五次单元考数学试卷答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．第 1 到第 10 小题为单选题，第 11、12 小题为多选题．）

1-5: DDCBB　6-10: ABACC　11. BCD　12. CD

10.【解析】记单位圆的圆心为O，由于$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AC}|$，则$\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$与$\overrightarrow{OA}$同向，$\angle BOC=\theta$，

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})\cdot(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA})=\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}\cdot(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})+\overrightarrow{OA}^2$$

$$=\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}-|\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}|+1=\cos\theta-\sqrt{(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})^2}+1$$

$$=\cos\theta-\sqrt{2+2\cos\theta}+1=\cos\theta-2\cos\frac{\theta}{2}+1=2\cos^2\frac{\theta}{2}-2\cos\frac{\theta}{2}$$

$=2(\cos\frac{\theta}{2}-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{2}$，可见$\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{AC}$最小值为$-\frac{1}{2}$，（$\theta=\frac{2\pi}{3}$时，取得最小值）．选 C.

12.【解析】A错，举反例：0，0，0，0，2，6，6，其平均数$\bar{x}=2\leqslant 3$，不符合指标.

B错，举反例：0，3，3，3，3，3，6，其平均数$\bar{x}=3$，且标准差$s=\sqrt{\frac{18}{7}}\leqslant 2$，不符合指标.

C对，若极差等于 0 或 1，在$\bar{x}\le 3$的条件下，显然符合指标；

若极差等于 2 且$\bar{x}\le 3$，则每天新增感染人数的最小值与最大值有下列可能：

（1）0，2，（2）1，3，（3）2，4，符合指标.

D对，若众数等于 1 且极差小于或等于 4，则最大值不超过 5，符合指标. 故选：CD.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. 1；$-\sqrt{3}$　14. $\frac{2}{3}$；1　15. $\frac{1}{6}$；$1+\frac{\sqrt{5}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$　16. $\sqrt{5}$；$(\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4},\sqrt{3})$

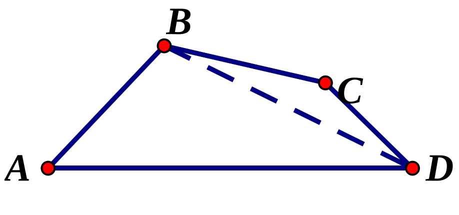
16.【解析】在ΔABD中，有余弦定理得$BD^2=AB^2+AD^2-2AB\cdot AD\cdot\cos\angle BAD=5$

所以$BD=\sqrt{5}$

在ΔABD中，由余弦定理得$\cos\angle ABD=-\frac{\sqrt{10}}{10}$，所以$\sin\angle ABD=\frac{3\sqrt{10}}{10}$

在ΔBCD中，$\sin\angle CBD=\sin(120^\circ-\angle ABD)=\frac{3\sqrt{10}-\sqrt{30}}{20}$

由正弦定理可知$\frac{\sqrt{5}}{\sin C}=\frac{t}{\sin\angle DBC}$，



所以$\sin C=\frac{\sqrt{5}\cdot\frac{3\sqrt{10}-\sqrt{30}}{20}}{t}=\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4t}<1$

从而$t>\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$，又因为$t<\sqrt{5}$，所以$t\in(\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4},\sqrt{5})$

另一方面，当A,D,C三点共线时，此时$AC=3+\sqrt{3}$即$t=\sqrt{3}$

所以$t\in(\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4},\sqrt{3})$

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17.（本小题满分 10 分）

解：（Ⅰ）设圆锥形容器的高为 x 米，底面半径为 $r=6$ 米，

由圆锥形容器的容积为 36π 可得：$\frac{1}{3}\pi r^2 x=36\pi$，解得：$x=3$（米）……………………2 分

圆锥的母线长 $l=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}$． ………………………………………………3 分

所以该容器的表面积为：

$S=S_{圆锥侧面积}+S_{圆锥底面积}=\pi rl+\pi r^2=\pi\times 6\times 3\sqrt{5}+36\pi=18\left(2+\sqrt{5}\right)\pi$（米^2）………5 分

（Ⅱ）设圆锥形容器的高为 x 米，底面半径为 r 米，

由圆锥形容器的容积为 36π 可得：$\frac{1}{3}\pi r^2 x=36\pi$，解得：$r=\sqrt{\frac{108}{x}}$ ………………………6 分

所以圆锥的母线长 $l=\sqrt{x^2+\left(\sqrt{\frac{108}{x}}\right)^2}=\sqrt{x^2+\frac{108}{x}}$

所以该容器的侧面积为 $y=\pi rl=\pi\sqrt{\frac{108}{x}}\sqrt{x^2+\frac{108}{x}}=\pi\sqrt{108}\sqrt{x+\frac{108}{x^2}}$ ……………………………8 分

$$=6\sqrt{3}\pi\sqrt{\frac{x}{2}+\frac{x}{2}+\frac{108}{x^2}}\geq 6\sqrt{3}\pi\sqrt{3\sqrt[3]{\frac{x}{2}\times\frac{x}{2}\times\frac{108}{x^2}}}=18\sqrt{3}\pi.$$

当且仅当 $\frac{x}{2}=\frac{x}{2}=\frac{108}{x^2}$，即 $x=6$ 时，等号成立.

所以当容器的高为 6 米时，制造该容器的侧面用料最省. ……………………………………10 分

18.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）由题意知，样本容量 $n=\frac{6}{0.012\times 10}=50$，…………………………………………………1 分

$x=\frac{2}{50\times 10}=0.004$， …………………………………………………2 分

$y=\frac{1-0.04-0.1-0.12-0.56}{10}=0.018$；…………………………………………………3 分

因为成绩是合格等级人数为：$\left(1-0.1\right)\times 50=45$ 人，

抽取的50人中成绩是合格等级的概率为 $P=\frac{9}{10}$，

即估计该校高一年级学生成绩是合格等级的概率为 $\frac{9}{10}$；………………………………5 分

（Ⅱ）根据频率分布直方图，计算成绩的中位数为 $70+\frac{0.22}{0.56}\times 10=73.9$；…………………7 分

（Ⅲ）由茎叶图知，A 等级的学生有 3 人，D 等级的学生有 $0.1\times 50=5$ 人，…………………8 分

记 A 等级的学生为 A、B、C，D 等级的学生为 d、e、f、g、h，

从这 8 人中随机抽取 2 人，基本事件是：

AB、AC、Ad、Ae、Af、Ag、Ah、BC、Bd、Be、Bf、Bg、Bh、

Cd、Ce、Cf、Cg、Ch、de、df、dg、dh、ef、eg、eh、fg、fh、gh 共 28 个；……10 分

至少有一名是 A 等级的基本事件是：

AB、AC、Ad、Ae、Af、Ag、Ah、BC、Bd、Be、Bf、Bg、Bh、

Cd、Ce、Cf、Cg、Ch 共 18 个；

故所求的概率为 $P=\dfrac{18}{28}=\dfrac{9}{14}$． ……………………………………………12 分

19.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）由题意 $f(x)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)+2\left(\sin^2 x-1\right)$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\dfrac{1}{2}\cos 2x+1-\cos 2x-2$ ………………………………………………2 分

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\dfrac{1}{2}\cos 2x-1=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)-1$． ……………………4 分

由 $2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\le 2x-\dfrac{\pi}{6}\le 2k\pi+\dfrac{3\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$．整理，可得 $k\pi+\dfrac{\pi}{3}\le x\le k\pi+\dfrac{5\pi}{6}$，$k\in\mathbf{Z}$．

$\therefore$ 函数 $y=f(x)$ 的单调减区间为：$(k\pi+\dfrac{\pi}{3}$，$k\pi+\dfrac{5\pi}{6})$，$k\in\mathbf{Z}$． …………………………6 分

又 $\because 2x-\dfrac{\pi}{6}=k\pi+\dfrac{\pi}{2}$，解得 $x=\dfrac{k\pi}{2}+\dfrac{\pi}{3}$，

$\therefore$ 函数 $y=f(x)$ 的对称轴方程为：$x=\dfrac{k\pi}{2}+\dfrac{\pi}{3}$，$k\in\mathbf{Z}$． ………………………………8 分

（Ⅱ）$f(x)+1=\sin(2x-\dfrac{\pi}{6})$．

$\because 0\le x\le\dfrac{\pi}{3}$，$\therefore -\dfrac{\pi}{6}\le 2x-\dfrac{\pi}{6}\le\dfrac{\pi}{2}$，$\therefore -\dfrac{1}{2}\le\sin(2x-\dfrac{\pi}{6})\le 1$． ………………………………10 分

$\therefore$ 要使不等式有解，必须 $m>-\dfrac{1}{2}$．

$\therefore m$ 的取值范围为 $(-\dfrac{1}{2},+\infty)$． ……………………………………………………12 分

20.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）由散点图可知，选择回归类型 $y=c\cdot x^d$ 更合适；……………………………………………4 分

（Ⅱ）对 $y=c\cdot x^d$ 两边取对数，得 $\ln y=\ln c+d\ln x$，即 $v=1nc+du$．

由表中数据求得 $\bar{u}=\bar{v}=\dfrac{\sum_{i=1}^{10}u_i}{10}=\dfrac{15}{10}=\dfrac{3}{2}$， ……………………………………………6 分

$\hat{d}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(u_i-\bar{u}\right)\left(v_i-\bar{v}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(u_i-\bar{u}\right)^2}=\dfrac{28.25}{56.5}=\dfrac{1}{2}$． ……………………………………………8 分

令 $\ln c=m$，则 $\hat{m}=\bar{v}-\hat{d}u=\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{2}=\dfrac{3}{4}$，即 $c=e^{\frac{3}{4}}$． ……………………………………10 分

$\therefore$ 年销售量 y 与年研发费用 x 的回归方程为 $y=e^{\frac{3}{4}}\sqrt{x}$； ………………………………12 分

21.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）由 ΔABC 的面积为 $\dfrac{AD^2}{3\sin B}$ 且 D 为 BC 的中点

所以 ΔABD 的面积为 $\dfrac{AD^2}{6\sin B}$, ……………………………………………2 分

由三角形的面积公式: $\dfrac{1}{2}AB\cdot BD\cdot\sin B=\dfrac{AD^2}{6\sin B}$, ………………………4 分

由正弦定理可得 $3\sin\angle BAD\cdot\sin\angle BDA=1$,

所以 $\sin\angle BAD\cdot\sin\angle BDA=\dfrac{1}{3}$, ………………………………………………6 分

（Ⅱ）$\because BC=6AB$ ，又因为 D 为中点，所以 $BC=2BD=6AB$, 即 $BD=3AB$, ……………7 分

在 ΔABD 中由正弦定理可得 $\dfrac{BD}{\sin\angle BAD}=\dfrac{AB}{\sin\angle BDA}$,

所以 $\sin\angle BAD=3\sin\angle BDA$ ………………………………………………8 分

由（Ⅰ）可知 $\sin\angle BAD\cdot\sin\angle BDA=\dfrac{1}{3}$，所以 $\sin\angle BDA=\dfrac{1}{3},\sin\angle BAD=1$,

$\because\ \angle BAD\in(0,\pi)\ \therefore\ \angle BAD=\dfrac{\pi}{2}$, ………………………………………………9 分

在直角 ΔABD 中 $AD=2\sqrt{2},\sin\angle BDA=\dfrac{1}{3}$, 所以 $AB=1,BD=3$.

$\because BC=2BD$, $\therefore BC=6$ ………………………………………………10 分

在 ΔABC 中用余弦定理，可得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=1+36-2\times1\times6\times\dfrac{1}{3}=33$.

所以 $b=\sqrt{33}$ ………………………………………………12 分

22.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）由余弦定理得 $a^2=AB^2=\left(OB^2+OA^2-2OB\cdot OA\cdot cos\theta\right)=\left(20-16cos\theta\right)$

则 $a=2\sqrt{5-4\cos\theta}\left(\theta\in[0,\pi]\right)$ ………………………………………………4 分

（Ⅱ）四边形 $OACB$ 的面积＝ΔOAB 的面积$+\Delta ABC$ 的面积

则 ΔABC 的面积$=\dfrac{\sqrt{3}}{4}AB^2=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\left(20-16cos\theta\right)$ ………………………………………6 分

ΔABO 的面积$=\dfrac{1}{2}\cdot OA\cdot OB\cdot\sin\theta=4\sin\theta$ ………………………………………8 分

四边形 $OACB$ 的面积$=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\left(20-16cos\theta\right)+4\sin\theta$

$=\left(5\sqrt{3}-4\sqrt{3}cos\theta\right)+4\sin\theta=5\sqrt{3}+8\sin(\theta-\dfrac{\pi}{3})$ ……………………10 分

$\therefore$ 当 $\theta-\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{2}$，即 $\theta=\dfrac{5\pi}{6}$ 时，四边形 $OACB$ 的面积最大，其最大面积为 $5\sqrt{3}+8$. ……12 分