**数列复习－答案**

**一、数列通项与前项和的关系**

例1.解：=1时，=6时，

**二、等差数列**

例2：（1）解：

由，=242

**（2)．** **= 46

(3)(多选题)(1)由等差中项的性质可得*a*3＋*a*8＋*a*13＝3*a*8为定值，则*a*8为定值，*S*15＝＝15*a*8为定值，但*S*16＝＝8不是定值．故选BC.

**三、等比数列**

**例3：（1）**C【解析】由得得,再由得则,所以,.故选C

**（2）**【答案】C【解析】设数列的公差为（），由得 故，选C.

**（3）.**【答案】解：若＝1，则,

若q则 

 或（舍去）， 综上， ………………12分

(4)(多选题) (4)**AB** 当*q*＜0时，*a*2 019*a*2 020＝*aq*＜0，不成立；

当*q*≥1时，*a*2 019≥1，*a*2 020＞1，＜0不成立；

故0＜*q*＜1，且*a*2 019＞1，0＜*a*2 020＜1，故*S*2 020＞*S*2 019，A正确；

*a*2 019*a*2 021－1＝*a*－1＜0，故B正确；

*T*2 019是数列{*Tn*}中的最大值，CD错误；故选AB.

**四、求通项的常用方法**

**例5：**解　(1)由条件可得*an*＋1＝*an*.将*n*＝1代入得，*a*2＝4*a*1，又*a*1＝1，所以*a*2＝4.

将*n*＝2代入得，*a*3＝3*a*2，所以*a*3＝12.所以*b*1＝1，*b*2＝2，*b*3＝4.

(2){*bn*}是首项为1，公比为2的等比数列．理由如下：由条件可得＝，即*bn*＋1＝2*bn*，又*b*1＝1，所以{*bn*}是首项为1，公比为2的等比数列．

(3)由(2)可得＝2*n*－1，所以*an*＝*n*·2*n*－1，*n*∈**N**\*.

（4）(1)证明　当*n*≥2时，由*an*＋2*SnSn*－1＝0得*Sn*－*Sn*－1＝－2*SnSn*－1，所以－＝2，又＝＝2，所以是首项为2，公差为2的等差数列.

(2)解　由(1)可得＝2*n*，所以*Sn*＝.当*n*≥2时，*an*＝*Sn*－*Sn*－1＝－＝－；当*n*＝1时，*a*1＝，不符合*an*＝－.故*an*＝

**五.数列求和的常用方法：**

**例6.**解：（Ⅰ）依题意有

 由于 ，故  又，从而

 （Ⅱ）由已知可得 故 从而

**例7.**分析：此数列的通项公式是，而数列是一个等差数列，数列是一个等比数列，故采用分组求和法求解．

解：．

**例8．**解：（1）：当时，

故{*an*}的通项公式为，即是，公差的等差数列

设{*bn*}的通项公式为故，即的通项

（II）



两式相减得

**例9**．（Ⅰ）解：设等差数列的公差是d，依题意得，

解得, ∴数列的通项公式为

（Ⅱ）解：∵，∴

∵

=

（5）**奇偶项讨论**

例10：（1）证明见解析；（2）.（1）证明：因为，

所以当时，，即，解得或（舍去）.

当时，，则，

即，因为，所以，则，

即，，所以数列是首项为2公差为1的等差数列.

（2）由（1）可得，，则，，

(**分奇偶项讨论**) 当，，故.

.

当，（）

例10：解　(1)由已知，得*Sn*＋2－*Sn*＋1－(*Sn*＋1－*Sn*)＝1，所以*an*＋2－*an*＋1＝1(*n*≥1).又*a*2－*a*1＝1，

所以数列{*an*}是以2为首项，1为公差的等差数列.所以*an*＝*n*＋1.

又*bn*＋1＋2＝4(*bn*＋2)，所以{*bn*＋2}是以4为首项，4为公比的等比数列.所以*bn*＝4*n*－2.

(2)因为*an*＝*n*＋1，*bn*＝4*n*－2，所以*cn*＝4*n*＋(－1)*n*－1*λ*·2*n*＋1.

要使*cn*＋1>*cn*恒成立，需*cn*＋1－*cn*＝4*n*＋1－4*n*＋(－1)*nλ*·2*n*＋2－(－1)*n*－1*λ*·2*n*＋1>0恒成立，即3×4*n*－3*λ*(－1)*n*－12*n*＋1>0恒成立.所以(－1)*n*－1*λ*<2*n*－1恒成立.

①当*n*为奇数时，即*λ*<2*n*－1恒成立，当且仅当*n*＝1时，2*n*－1有最小值1，所以*λ*<1；

②当*n*为偶数时，即*λ*>－2*n*－1恒成立，当且仅当*n*＝2时，－2*n*－1有最大值－2，

所以*λ*>－2. 结合①②可知－2<*λ*<1.

又*λ*为非零整数，则*λ*＝－1. 故存在*λ*＝－1，使得对任意*n*∈**N**\*，都有*cn*＋1>*cn*成立.

**六.数列的应用**

例11．（1）．BC 因为，，，

所以，且有，A错误，B正确；

由前面的规律可知，则，C正确；

因为，，

若，则，这显然是不成立的，所以D错误.故选：BC

 (2)解　(1)设引进设备*n*年后总盈利为*f*(*n*)万元，设除去设备引进费用，第*n*年的成本为*an*，构成一等差数列，前*n*年成本之和为万元，

所以*f*(*n*)＝100*n*－[24*n*＋4*n*(*n*－1)＋196]＝－4*n*2＋80*n*－196＝－42＋204，*n*∈**N**\*，

所以当*n*＝10时，*f*(*n*)max＝204万元，即引进生产线10年后总盈利最大为204万元．

(2)设*n*年后平均盈利为*g*(*n*)万元，则*g*(*n*)＝＝－4*n*－＋80，*n*∈**N**\*，

因为*g*(*n*)＝－4＋80，当*n*∈**N**\*，*n*＋≥2＝14，当且仅当*n*＝，即*n*＝7∈**N**\*时取等号，故*n*＝7时，*g*(*n*)max＝*g*(7)＝24万元，即引进生产线7年后平均盈利最多为24万元．

**七.数列的综合应用**

例12.（1）.（1）解法一：由得,且,,

取,由得,由于为数列的前*n*项积,所以,所以,所以,由于所以,即,其中所以数列是以为首项,以为公差等差数列;

解法二：因为为数列的前*n*项积,所以,由可得,去分母得,所以,数列是公差为的等差数列.

（2）由（1）可得,数列是以为首项,以为公差的等差数列,

*,**,*当*n*=1时,,

当*n*≥2时,,显然对于*n*=1不成立,∴.

（2） 详解：（*I*）设等比数列的公比为*q.*由可得.因为，可得，故.设等差数列的公差为*d*，由，可得

由，可得 从而 故

所以数列的通项公式为，数列的通项公式为

（*II*）（*i*）由（*I*），有，故.

（*ii*）因为，

所以.

**数列复习【变式训练】答案 班级 座号 姓名**

**一、数列通项与前项和的关系**

**1.**A **2.** **3．**\_\_\_100\_\_。

**二、等差数列**

**1.** A **2.**38 **3.**2 **4．** 46 5. B

 A． B． C． D．

6.解：设等差数列的首项为a1，公差为d，由题意得

，联立解得a1=2,d=1，所以S9＝

**7．**B 8．D

**三、等比数列**

1.B 2.A 3.C 4.C 5. 7 ．**6．** \_\_\_5\_\_\_\_。**7.** =\_\_\_（答：512）；

8．解析 由得：，即，，

解得：q＝2，又=1，所以，，＝。

9． 设

10.

**四、求通项的常用方法**

1. \_\_\_\_\_；2. \_\_\_\_\_\_\_ **3.** A **4.**

**五.数列求和的常用方法：**

（1）**公式法**： 1, 3，

**（2）分组求和法**：解：．

**2．** 分析：代入检验，因，故选A

（3）(Ⅰ) 1, 2,  (Ⅱ) 

（4）**.求和**



**2．**答：； **3．**99；

4.解：（1）由已知得即∴数列是首项为1,公差3的等差数列.

所以，即 

 (2) ∵

=--------10分

=--------14分

（5）**奇偶项讨论**

1.解　(1)∵数列{*bn*}满足*b*1＝1，*b*2＝2，且*anbn*＋*bn*＝*nbn*＋1.∴*a*1＋1＝2，解得*a*1＝1.

又∵数列{*an*}是公差为2的等差数列，∴*an*＝1＋2(*n*－1)＝2*n*－1.

∴2*nbn*＝*nbn*＋1，2*bn*＝*bn*＋1，∴数列{*bn*}是以1为首项，2为公比的等比数列，即*bn*＝2*n*－1.

(2)数列{*cn*}满足*cn*＝＝＝，数列{*cn*}的前*n*项和*Tn*＝1＋＋＋…＋，

∴*Tn*＝＋＋…＋＋，两式相减得*Tn*＝1＋＋＋…＋－＝－＝2－，∴*Tn*＝4－，不等式(－1)*nλ*<*Tn*＋，即(－1)*nλ*<4－恒成立，当*n*＝2*k*(*k*∈**N**\*)时，*λ*<4－，∴*λ*<3；当*n*＝2*k*－1(*k*∈**N**\*)时，－*λ*<4－，∴*λ*>－2.综上可得，实数*λ*的取值范围是(－2，3).

**六.数列的应用**

1.【解析】（1）由对折2次共可以得到,,三种规格的图形,所以对着三次的结果有：,共4种不同规格（单位；

故对折4次可得到如下规格：,,,,,共5种不同规格；

（2）由于每次对着后的图形的面积都减小为原来的一半,故各次对着后的图形,不论规格如何,其面积成公比为的等比数列,首项为120,第*n*次对折后的图形面积为,对于第n此对折后的图形的规格形状种数,根据（1）的过程和结论,猜想为种（证明从略）,故得猜想,

设,则,

两式作差得：

,因此,.

故答案为：；.

2.解　第一种付款方式，购买时付150元，则欠款2 000元，按要求知10次付清，则以后：

第一次应付*a*1＝200＋2 000×0.01＝220(元)，

第二次应付*a*2＝200＋(2 000－200)×0.01＝218(元)，

第三次应付*a*3＝200＋(2 000－2×200)×0.01＝216(元)，…，

第*n*次应付*an*＝200＋[2 000－(*n*－1)×200]×0.01＝200＋20－(*n*－1)×2＝(222－2*n*)(元).

每次所付的款额顺次构成数列{*an*}，{*an*}是以220为首项，－2为公差的等差数列.

10次付款总和为*S*10＝10×220＋×(－2)＝2 200－90＝2 110(元).

2 110＋150＝2 260(元)，所以实际共付2 260元.

第二种付款方式：购买时付150元，余款10个月后增值为2 000×(1＋0.01)10＝

2 000×1.0110.

设每月付款*x*元，则各月所付的款额连同最后一次付款时所生的利息之和分别为1.019*x*，1.018*x*，…，*x*，构成等比数列，其和为*S*10＝*x*·，

应有*x*·＝2 000×1.0110，*x*≈211.2，则2 112＋150＝2 262(元).

每月应付211.2元，10次付款总和为2 112元，实际共付2 262元.

**七.数列的综合应用**

1. 【详解】（I）依题意，而，即，由于，所以解得，所以. 所以，故，所以数列是首项为，公比为的等比数列，所以.所以（）.所以，又，符合，故.

（II）依题意设，由于，所以，

故

.

又，而，故

所以.

由于，所以，所以.

即， .