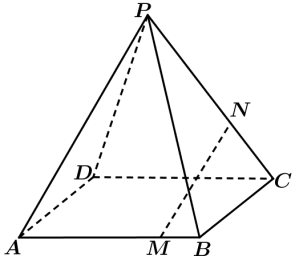
**泉州七中2021-2022学年高二数学周练（8）**

出题人：林志斌

**一、单选题**

1．在四棱锥中，底面为平行四边形，若，，，则（ ）

A． B． C． D．

2．已知的顶点的坐标为，所在直线的方向向量为，边上的中线所在的直线方程为，则点的坐标为（ ）

A． B． C． D．

3．已知棱长为1的正方体*ABCD*-*EFGH*，若点*P*在正方体内部且满足，则点*P*到*AB*的距离为（ ）

A． B． C． D．

4．两直线方程为，，则关于对称的直线方程为（ ）

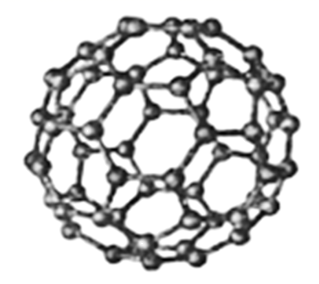
A． B． C． D．

5．若直线与直线平行，则两条直线之间的距离为（ ）

A． B． C． D．

6．在平面直角坐标系中，已知点，.若直线上存在点，使得，则实数的取值范围是（ ）

A． B． C． D．

7．碳（）是一种非金属单质，它是由个碳原子构成，形似足球，又称为足球烯，其结构是由五元环（正五边形面）和六元环（正六边形面）组成的封闭的凸多面体，共32个面，且满足：顶点数－棱数＋面数＝2，则其六元环的个数为（ ）.

A．12 B．20 C．32 D．60

8．设球是棱长为2的正方体的外接球，为的中点，点在球面上运动，且总有则点的轨迹的周长为（ ）

A． B． C． D．

**二、多选题**

9．已知直线，则下述正确的是（ ）

A．直线的斜率可以等于 B．直线的斜率一直存在

C．直线时直线的倾斜角为 D．点到直线的最大距离为

10．(多选)已知向量，，，下列等式中正确的是（ ）

A． B． C． D．

11．已知实数、满足方程，则下列说法正确的是（ ）

A．的最大值为 B．的最大值为

C．的最大值为 D．的最大值为

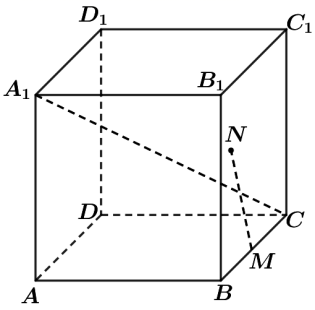
12．在棱长为1的正方体中，点为线段上的动点（包含线段的端点），点，分别为线段，的中点，则下列说法正确的是（ ）

A．当时，点，，，四点共面 B．异面直线 

C．三棱锥的体积为定值 D．不存在点，使得

**三、填空题**

13．已知向量，，且满足，则*k*的值为\_\_\_\_\_\_．

14．求过点*M*(－2，1)且与*A*(－1，2)，*B*(3，0)两点距离相等的直线的方程\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．设，过定点的动直线和过定点的动直线交于点，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

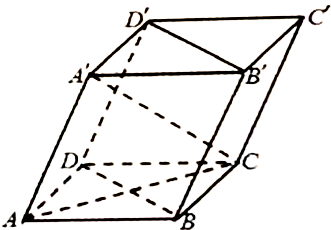
16．已知边长为1的正方体，*M*为*BC*中点，*N*为平面上的动点，若，则三棱锥的体积最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题**

17．已知的三个顶点、、.

（1）求边所在直线的方程；

（2）边上中线的方程为，且，求点*A*的坐标.

18．如图，在平行六面体中，，，

（1）求证：平面； （2）求与平面所成角的余弦值

19．已知直线和点

（1）直线*l*上是否存在点*C*，使得为直角三角形，若存在，请求出*C*点的坐标；若不存在，请说明理由； （2）在直线*l*上找一点*P*，使得最大，求出*P*点的坐标.

20．正方形的边长为2，分别为边的中点，是线段的中点，如图，把正方形沿折起，设．

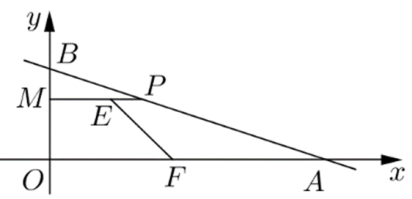
（1）求证：无论取何值，与不可能垂直；

（2）设二面角的大小为，当时，求的值．

21．直线过点且与轴、轴正半轴分别交于、两点.（1）若直线的斜率为，求△的面积；

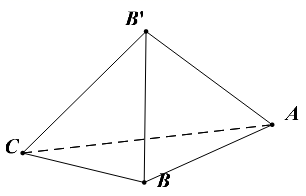
（2）若△的面积满足，求直线的斜率的取值范围；

（3）如图，若，过点作平行于轴的直线交轴于点，动点、分别在线段和上，若直线平分直角梯形的面积，求证：直线必过一定点，并求出该定点坐标.



22．如图，将等腰直角沿斜边旋转，使得到达的位置，且.

（1）证明：平面平面. （2）求二面角的余弦值.

（3）若在棱上存在点，使得，，在棱上存在点，使得，且，求的取值范围.

**泉州七中2021-2022学年高二数学周练（8）参考答案**

1．C解：,故，

2．A解：已知的顶点的坐标为，所在直线的方向向量为，设点的坐标为，所在直线的方向向量为，

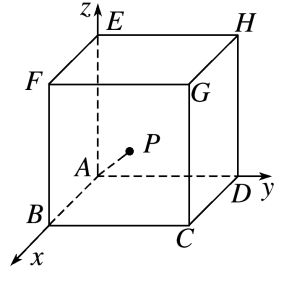
则所在直线的斜率，，得，

所以，则的中点坐标为，边上的中线所在的直线方程为，

则的中点在直线上，，解得：，所以点的坐标为.

3．A解：建立如图所示的空间直角坐标系，则，0，，，0，，，1，，，0，，

所以，0，，，1，，，0，，则，0，，1，，0，，，，

所以在上的投影向量的长度为，所以点到的距离.故选：A.

4．C【详解】设所求直线上任一点，关于直线的对称点，，

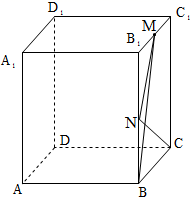
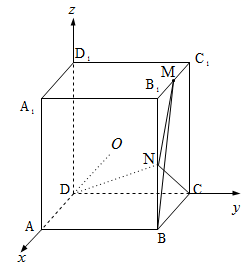
则，解出点在直线上， 将式代入，得，化简得，即为关于对称的直线方程．故选：C

5．A【详解】由题得直线，所以，所以两平行线之间的距离为.

故选：A

6．D【详解】设，因为，，，所以，

整理得，所以点*P*的轨迹是以原点为圆心，2为半径的圆因为，直线上存在点，使得，所以直线与圆相交或相切.所以，，解得.故选：D

7．B 【详解】根据题意， 碳（）由个顶点，有个面，由顶点数－棱数＋面数＝2可得：棱数为，设正五边形有个，正六边形有个，则，解得：，所以六元环的个数为个

8．A【详解】如图，根据题意，该正方体的外接球半径为由题意，取的中点，连接以为原点，建立如下图所示的空间直角坐标系



，则，

又平面，平面 点的轨迹为平面与外接球的交线设点到平面距离为，则到过平面距离

截面圆的半径点的轨迹周长为故选：A

9．AC【详解】解：对于A,当时，此时斜率为0，故A对，对于B, 当时，此时斜率不存在，故B错，

对于C, 当时，直线，即，斜率为1，倾斜角为，故C对.

对于D, ,即，恒过和的交点，要使点到直线的最大距离，即时，此时最大距离为，故D错.

故选：AC

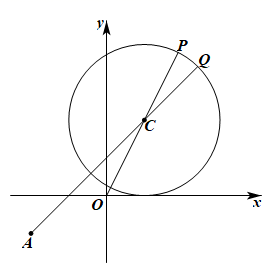
10．BCD【详解】易得=-3+0+3=0. ，所以A选项错误；

=，所以，所以B选项正确；

，所以C选项正确；

即，所以D选项正确.故选：BCD.

11．BCD【详解】方程可变形为，

方程表示的图形是以点为圆心，以为半径的圆，如下图所示：对于A选项，代数式表示圆上的点到原点的距离的平方，

当点为直线与圆的交点，且在线段上时，取得最大值，

即，，A错；

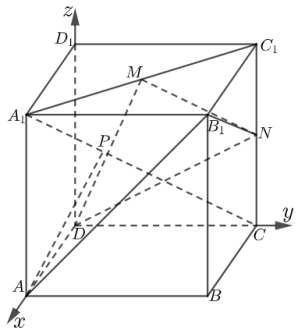
对于B选项，代数式表示圆上的点到点的距离的平方，

当点为直线与圆的交点，且点在线段上时，取得最大值，即，所以，，B对；

对于C选项，设，则直线与圆有公共点，所以，，解得，

所以，的最大值为，C对；对于D选项，设，则直线与圆有公共点，

所以，，解得，所以，的最大值为，D对.

故选：BCD.

12．ABC【详解】在棱长为1的正方体中，点为线段上的动点，如图，

对于A，因，则

，共面，

且它们有公共点*A*，点，，，四点共面，A正确；

对于B，建立如图所示的空间直角坐标系，则，*A*1(1，0，1)，

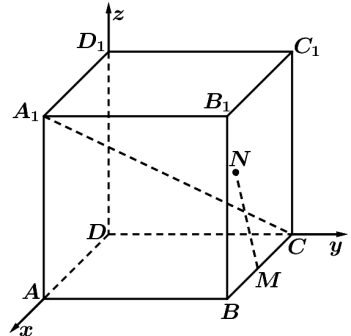
 .

对于C，因点，分别为线段，的中点，则，平面*DMN*，平面*DMN*，于是得平面*DMN*，因此，上任意点*P*到平面*DMN*的距离都相等，而点*D*，*M*，*N*都是定点，即面积是定值，则三棱锥的体积为定值，C正确；对于D，令，，则，而，于是得，当时，，即，因此当点*P*与点*C*重合时，，D不正确.故选：AC

3．±1

14．或

15．【详解】由直线方程易知：，，且两动直线垂直，

∴的轨迹是以为直径的圆，而，∴当△为等腰直角三角形时，最大；当与或重合时，最小；∴.故答案为：

16．【详解】以D为原点，分别以为轴建立空间直角坐标系，

则，设 ∴，又，∴，即，∴，∴∴.故答案为：

17．解：（1）由、得边所在直线方程为，即；

（2），则，所以，

*A*到边所在直线的距离为，所以，则或，

由于*A*在直线上，故或，

解得或，所以或.

18．【详解】（1）令，，，则，，

，，，，

，；

，；

又，平面，平面；

（2）平面，平面，，，四边形为菱形，，

又平面，，平面，若于，则，平面，即直线在底面的射影为，即为与平面所成角；

，，，

，即与平面所成角余弦值为.

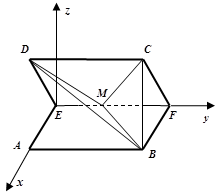
19．解：(1) 点，故，若直线*l*上存在点*C*，使得为直角三角形，设，则讨论以下三种情况：①若*AB*是斜边，则，即，

，则，方程无解；

②若*AC*是斜边，则，即，，符合题意，此时；

③若*BC*是斜边，则，即，；

综上，若直线*l*上存在点，使得为直角三角形，*AC*是斜边；

(2)根据题意，过*A*，*B*的圆与直线*l*相切于*P*时，最大.

因为，，所以延长线与直线*l*相交于点,

根据圆的性质，而，

故切点*P*的坐标为，此时最大，为.

20．【解析】 （1）假设，

又因为，，所以平面，所以，又，所以，这与矛盾，所以假设不成立，所以与不可能垂直；

（2）分别以为轴，过点垂直平面向上为轴，如图建立坐标系，

设平面的一个法向量为，，，得， 8分 设平面的一个法向量为，

，， 得，

figure=，

得，所以当时，figure的值为

21．解：（1）因为直线的斜率为，所以直线的方程为：，

整理得：，所以直线与轴、轴正半轴的交点为、，

故△的面积为.

（2）根据题意，直线的斜率存在且，所以直线的方程为：，整理得：

所以直线与轴、轴正半轴的交点为、，

所以，解得 ，所以△的面积，

由于△的面积满足，所以，整理得：，

解不等式得：，故直线的斜率的取值范围.

（3）由（2）知、，由于点分向量所成的比的值为2，

所以，由于，所以，即.

所以、，，故设，，

所以直线的一般式方程为：，由于直角梯形的面积为，

直线平分直角梯形的面积，所以直角梯形的面积为，

所以，即，所以直线的式方程为：，

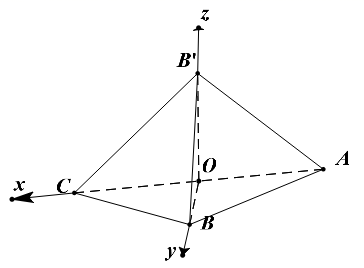
整理得：，所以直线过直线与直线的交点，

所以直线过定点.

22．【详解】（1）取的中点为，连接，.由题意得，，

在中，因为为的中点，所以，即.

易得与全等，则，即.因为，所以平面.

因为平面，所以平面平面.

（2）不妨设，由（1）平面，易知*OB*⊥*AC*，

如图，以为坐标原点，分别以，，所在直线为轴，轴，轴，建立空间直角坐标系，则，，，，，，，

设平面的法向量为，则得

不妨取，则.

因为，所以平面，所以平面的一个法向量为.

因为.

又二面角是锐二面角，所以二面角的余弦值为.

（3）结合（2）可得，，.

，.

因为，所以，得.

即，是关于的单调递增函数，

当时，，故的取值范围是.

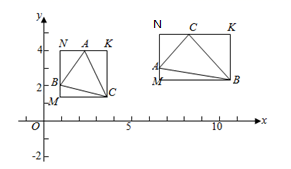
8\*．在平面直角坐标系中,定义为两点的“切比雪夫距离”，又设点及上任意一点,称的最小值为点到直线的“切比雪夫距离”记作给出下列四个命题:

①对任意三点，都有 ②已知点和直线则

③到原点的“切比雪夫距离”等于的点的轨迹是正方形；其中真命题的是（ ）

A．①② B．②③ C．①③ D．①②③

8\*．D 【详解】① 对任意三点、、，若它们共线，设，、，，，，如图，结合三角形的相似可得，，为，，，或，，，则；

若，或，对调，可得；

若，，不共线，且三角形中为锐角或钝角，如图，

由矩形或矩形，；

则对任意的三点，，，都有，故①正确；

②设点是直线上一点，且，

可得，，由，解得，即有，当时，取得最小值；由，解得或，即有，

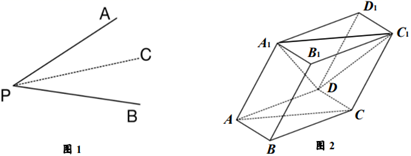
的范围是，无最值；综上可得，，两点的“切比雪夫距离”的最小值为；故②正确；

③由题，到原点的“切比雪夫距离”的距离为1的点满足，即或，显然点的轨迹为正方形，故③正确；故选：D

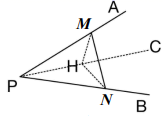
22\*．类比于二维平面中的余弦定理，有三维空间中的三面角余弦定理；如图1，由射线，，构成的三面角，，，，二面角的大小为，则．

（1）当、时，证明以上三面角余弦定理；

（2）如图2，四棱柱中，平面平面，，，

①求的余弦值； ②在直线上是否存在点，使平面？若存在，求出点的位置；若不存在，说明理由

22\*．【详解】（1）证明：如图，过射线上一点作交于点，

作交于点，连接， 则是二面角的平面角．

在中和中分别用余弦定理，得

，

，

两式相减得，

∴，

两边同除以，得．

（2）①由平面平面，知，∴由（1）得，

∵，，∴．

②在直线上存在点，使平面．连结，延长至，使，连结，

在棱柱中，，，∴，∴四边形为平行四边形，

∴．在四边形中，， ∴四边形为平行四边形，∴，

∴，又平面，平面，∴平面．

∴当点在的延长线上，且使时，平面．